

Supraconducteurs basse température

B. PANNETIER

DRTBT 1991-12

Supraconducteurs basse
température

B. PANNETIER

DRES 4024-45

SUPRACONDUCTEURS A BASSE TEMPERATURE

B. Pannetier CRTBT Grenoble

- Introduction
- Bases microscopiques
 - Aperçu sur B.C.S.
 - Paires de Cooper, Excitations
- Conséquences de l'existence d'un gap
 - couplage entre quasiparticules et phonons
 - Interaction avec le rayonnement
 - Effet tunnel
 - Propriétés thermiques
- Conséquences de la cohérence de phase
 - Effet Meissner
 - Quantification du flux
 - Théorie de Ginzburg Landau
 - Propriétés magnétiques, type I, type II
 - Effets Josephson
- Supraconducteurs faibles

SUPRACONDUCTIVITÉ

- Conduction parfaite
- diamagnétisme
- Gap d'énergie
- Cohérence de phase

$$R = 0$$

$$B = 0$$

$$2\Delta \text{ (mV)} \approx 0.3 T_c \text{ (K)}$$

$$\psi = n_s e^i \psi$$

(bolomètres $T \approx T_c$)
 (grains)
 (détection quantique)
 (SQUID)

MATERIAUX SUPRACONDUCTEURS

Éléments : $T_c < 10 \text{ K}$

Tableau I Paramètres de supraconductibilité des éléments
 Un astérisque indique un élément supraconducteur seulement en films minces ou à haute pression dans un état cristallin normalement instable.
 d'après B. I. Matulis

Température de transition en K
 Champ magnétique critique au zéro absolu en gauss (10^{-4} T)

Li	Be											B	C	N	O	F	Ne																																										
Na	Mg											Al	Si*	P	S	Cl	Ar																																										
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge*	As	Se*	Br	Kr																																										
			0,39 100	5,28 1420		--					0,875 53	1,091 51																																															
Rb	Sr	Y*	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb*	Te*	I	Xe																																										
			0,546 47	9,20 1980	0,92 95	7,27 1410	0,51 70				0,56 30	3,4035 293	3,722 309																																														
Cs*	Ba*	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi*	Po	At	Rn																																										
		6,00 1100		4,483 830	0,012 107	1,698 199	0,655 65	0,14 19			4,153 412	2,38 171	7,193 803																																														
Fr	Ra	Ac	<table border="1"> <tr> <td>Ce*</td><td>Pr</td><td>Nd</td><td>Pm</td><td>Sm</td><td>Eu</td><td>Gd</td><td>Tb</td><td>Dy</td><td>Ho</td><td>Er</td><td>Tm</td><td>Yb</td><td>Lu</td> </tr> <tr> <td>Th</td><td>Pa</td><td>U</td><td>Np</td><td>Pu</td><td>Am</td><td>Cm</td><td>Bk</td><td>Cf</td><td>Es</td><td>Fm</td><td>Md</td><td>No</td><td>Lw</td> </tr> <tr> <td>1,368 1,62</td><td>1,4</td><td>0,68</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> </table>															Ce*	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lw	1,368 1,62	1,4	0,68											
Ce*	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu																																														
Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lw																																														
1,368 1,62	1,4	0,68																																																									

Composés intermétalliques

$T_c < 23 \text{ K}$

NbN , V_3Si , Nb_3Ge ...

"Supraconducteurs exotiques"

Fermions lourds (UPt_3) , Organiques (C_60)

Oxydes $YBaCuO$, ...

REPÈRES HISTORIQUES (découvertes → applications)

1^{ère} période :

1911	K. Onnes	Mercure $T_c = 4.2\text{ K}$
1934	Meissner, London	
1950	Ginzburg Landau	
1957	Bardeen Cooper Schrieffer	Théorie microscopique
1961-62	Giaver Josephson	Effet tunnel

2^{ème} période

Applications technologiques :

Magnétométrie, Biomagnétisme, détection IR, métrologie
mémoires, circuits logiques, aimants, ...

Applications à la physique : (systèmes modèles)

Supraconductivité hors équilibre, Effet tunnel Quantique
macroscopique, réseaux supraconducteurs, super réseaux, ...

Matériaux

AlS ($\text{Nb}_3\text{Ge} \dots$), Phases de Chénel, Multifilaments,
Fermions lourds, Organiques (C_{60}), oxydes, ...

BASES MICROSCOPIQUES

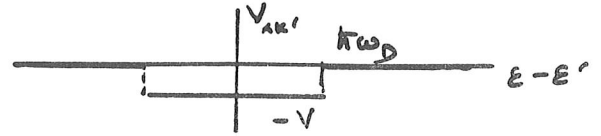
Interaction attractive

$$V_{kk'} = \begin{cases} \text{répulsion coulombienne} & > 0 \\ \text{attraction via phonons} & < 0 \end{cases}$$

L'électron \pm déforme le réseau : la polarisation induite attire l'électron \mp

Simplification BCS

$$V_{kk'} = -V \quad (\text{attractif})$$



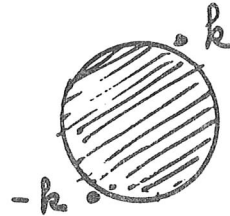
Instabilité de Cooper (1956)

2 électrons + (N-2 électrons de Fermi)

\Downarrow (-V)

\pm Paire liée ($k\uparrow -k\downarrow$) d'énergie

$$2\varepsilon = 2\varepsilon_F - 2\hbar\omega_D e^{-\frac{2}{N_0 V}}$$



$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2 v_F^2}{2m}$$

Etat fondamental BCS (N particules 1957)

Fonction d'onde généralisée (T=0) : $|\psi\rangle = \prod_k (u_k + v_k e^{i\varphi} c_k^+ c_{-k}^+) |0\rangle$

Phase fixée φ

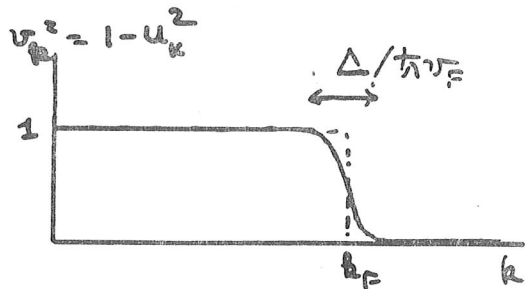
N non fixé ($\Delta N/N \sim 1/\sqrt{N}$)

↑
paire vide

↑
paire occupée

Calcul variationnel BCS $\Rightarrow u_k, v_k$

La distribution des états de paires est étalée sur $\delta k \sim \Delta/\hbar v_F$



Δ est le gap BCS:

$$\Delta_k = \sum_{k'} V_{kk'} u_{k'} v_{k'}$$

Taille des paires $\sim \frac{1}{\delta k}$

longueur de cohérence $\xi_0 = \frac{\hbar v_F}{\pi \Delta} \sim 0.1 \mu$

Phénomène coopératif : $\xi_0 \gg \lambda_F$

Energie de condensation très faible

$$\Delta E = -\frac{1}{2} N_0 \Delta^2 \sim \Delta \times \frac{\Delta}{E_F}$$

note: a) $\Delta = 2\hbar\omega_D e^{-\frac{2}{N_0 V}}$ est l'énergie de liaison de la paire

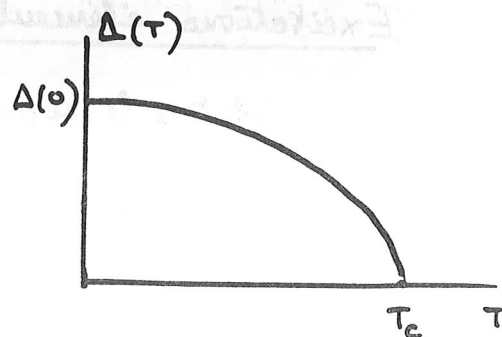
b)

Température critique

A $T > 0$ le gap $\Delta = \sum_{kk'} V_{kk'} u v (1 - 2f)$

s'annule pour

$$T_c = 1.13 \Theta_D e^{-\frac{1}{N_0 V}}$$



Relation BCS :

$$2\Delta(0) = 3.52 kT_c$$

couplage faible $N_0 V k$

Près de T_c , $\Delta(T) \sim (1 - T/T_c)^{1/2}$

(champ moyen)

Grandes caractéristiques :

Élément	W	Ir	Ti	Cd	Zn	Al	In	Pb	Nb	YBaCuO
Θ_{Debye} K	310	420	420	120	234	394	129	88	275	440
T_c K	0.012	0.14	0.39	0.56	0.87	1.18	3.4	7.19	9.2	95
2Δ mV				0.15	0.24	0.34	1.05	2.73	3.05	30
ξ_0 Å				7600		16000	440	830	380	4-30

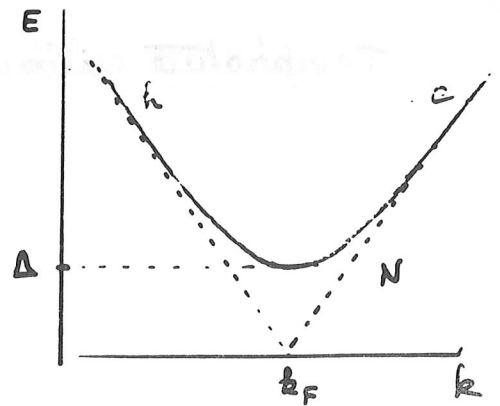
Excitations élémentaires BCS

électron la supplémentaire

⇓ superposition cohérente

$$|qp\rangle = u_k |electron\ k\rangle + v_k |trou\ -k\rangle$$

Dispersion :
$$E_k = (\epsilon_k^2 + \Delta^2)^{1/2} \quad \epsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \epsilon_F$$



Il n'existe pas d'excitation d'énergie inférieure à Δ .

La densité d'états présente un gap :

$$N(E) = N_0 \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \quad \left(= N(\epsilon_F) \frac{d\epsilon_k}{dE} \right)$$

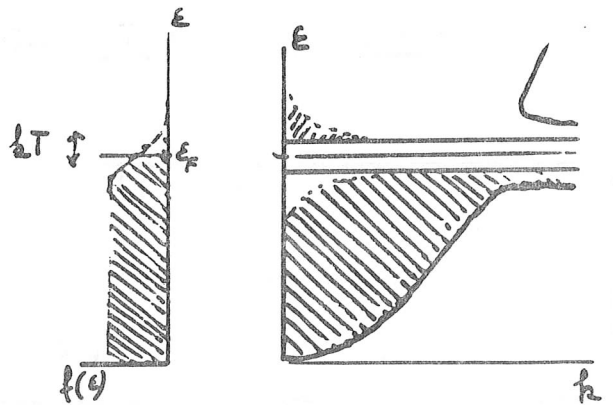
Représentation "semi-conducteurs"

paire de Cooper \leftrightarrow 2 quasiparticules $\frac{2\Delta}{\hbar T}$

Analogie à la création de paires

électron-trou dans un semi-conducteur

Population thermique : $N_{qp} \sim e^{-\frac{\Delta}{\hbar T}}$



Importance des effets de cohérence : $u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon}{E} \right)$

$v_k^2 = 1 - u_k^2$

vitesse de groupe $v_G = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} = v_F \left(1 - \frac{\Delta^2}{E^2} \right)^{1/2}$ (Effet Tomasi)

Semi- vs Supra conducteurs

Similitudes : Existence d'un gap (Δ, E_g) d'où : seuil quantique d'absorption, processus de recombinaison, activation thermique

Différences :

Supraconducteur

Semiconducteur

$2\Delta \sim 1\text{ meV}$

$E_g \sim 1\text{ eV}$

Δ lié à E_F

E_g lié aux bandes
effet du dopage

$2\Delta \ll \hbar \omega_D$

$E_g \gg \hbar \omega_D$

(peu de 2Δ disponibles)

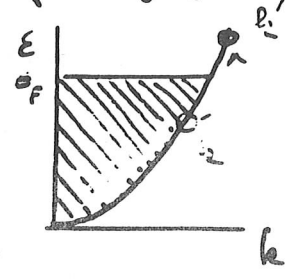
Condensat cohérent

RELAXATION DE L'ENERGIE DANS UN SUPRACONDUCTEUR

Dominée par collisions électrons-phonons. Processus radiatifs négligeables

Métal normal:

$P(k, \Omega) \sim \alpha^2 F(\Omega) \times \text{DOS} \times (\text{occupation})$



Matériau	Al	Sn	Nb
T_c (K)	1.18	3.75	9.2
ξ_e (T_c) ^{nm}	438	2.3	0.149
τ_{ph} (T_c) ^{ps}	242	110	4.2

Couplage e-ph: $d^2 F(\Omega) \sim b \Omega^2$

Electrons: $\frac{1}{\tau_e} \sim T^3$ (nm)

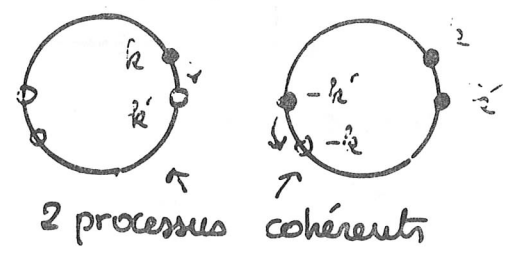
$b \sim \frac{1}{\xi^4}$ (Debye)

Phonons: $\frac{1}{\tau_{ph}} \sim T$ (μm)

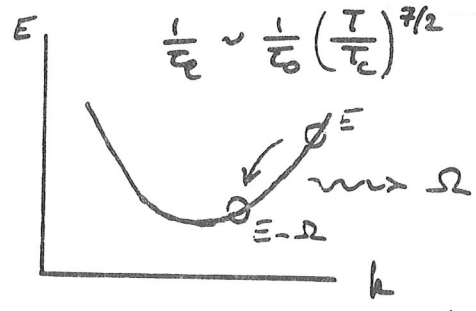
Métal supraconducteur

$P(k, \Omega) \sim \alpha^2 F(\Omega) \times \text{DOS} \times (\text{occupation}) \times F(u_k, v_k)$

Facteur de cohérence

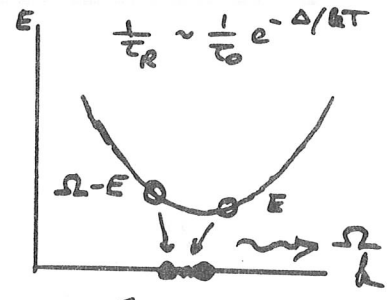


Mécanisme de Relaxation:

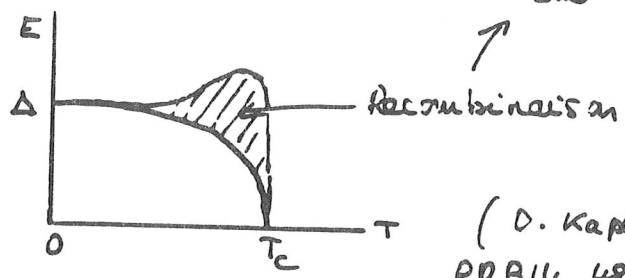


$\frac{1}{\tau_e} \sim \frac{1}{\tau_0} \left(\frac{T}{T_c}\right)^{7/2}$

Mécanisme de Recombinaison:

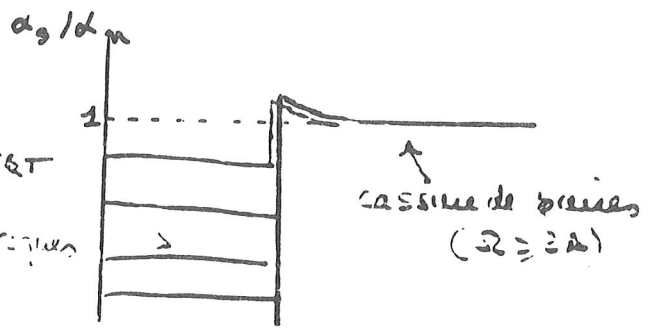


$\frac{1}{\tau_R} \sim \frac{1}{\tau_0} e^{-\Delta/kT}$



(D. Kaplan et al PRB 14, 4854 (1976))

Absorption de phonons:

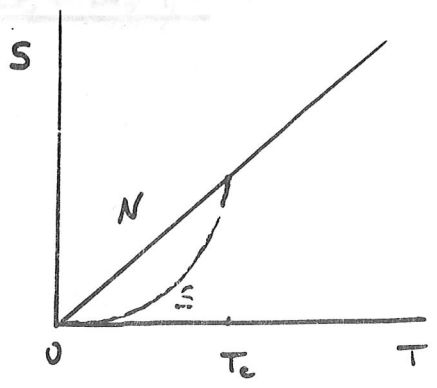


PROPRIETES THERMIQUES

Entropie :

L'entropie des électrons décroît dans la phase supraconductrice (ordonnée) :
 → se réduit à la contribution des quasiparticules

$$S = -2k \sum f \ln f + (1-f) \ln(1-f) \leftarrow f(\epsilon_F)$$



Chaleur spécifique :

Dans l'état normal $C = \gamma T + AT^3$

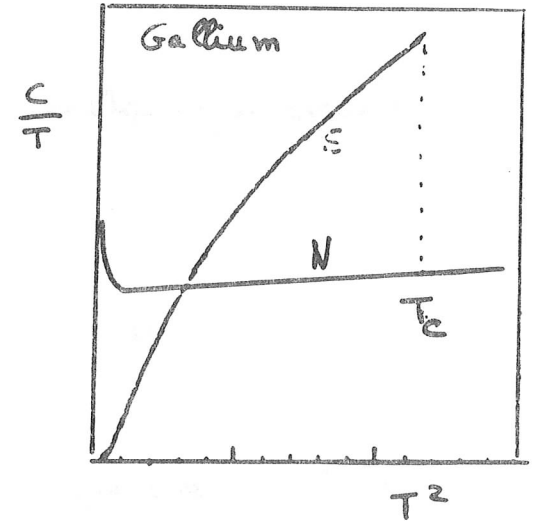
Dans l'état supra, C_{ph} inchangé :

$$C_{eS} = T \frac{\partial S}{\partial T} \underset{T \rightarrow 0}{\sim} 9.2 \gamma T_c e^{-\frac{\Delta}{kT}}$$

Régime activé

Saut $\frac{\Delta C}{C} = 1.43$ à T_c (1^{re} onde)

Phillips PR 134, 385 (1964)



Conductivité thermique.

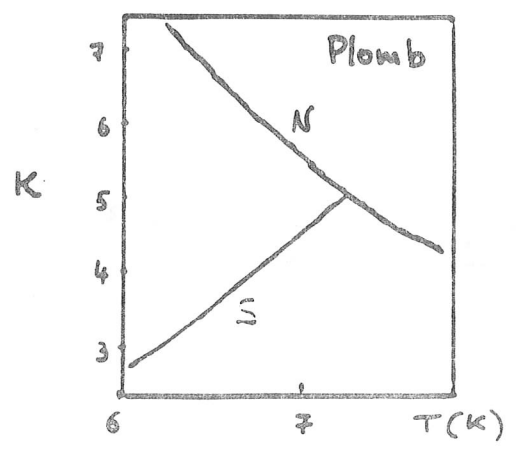
Etat normal :

$$K = \frac{C_e}{\alpha T^3 + \beta} + \frac{C_{ph}}{\delta T + \epsilon}$$

↑ impuretés
↑ électrons
↑ impuretés

Etat Supraconducteur :

$C_e \rightarrow e^{-\Delta/kT}$ (décroissement K_e)
 $\delta \rightarrow e^{-\Delta/kT}$ (croissement K_p)
 phonons balistiques



Graham, Can. J. Phys. 41, 173 (1963)

PROPRIETES MAGNETIQUES

consequences de la coherence du condensat.

a) Supracourants

Etat fondamental BCS : paires $(k, -k)$

$$e^* = 2e$$

$$m^* = 2m$$

Etat $(k+q, -k+q) \Rightarrow \psi_0 e^{iq(z+z^*)}$

translation uniforme $J = \frac{N\hbar q}{m^*}$

En general : $\psi = |\psi| e^{i\varphi(z)}$

\swarrow densite de paires $n_s = |\psi|^2$
 \searrow vitesse $v = \frac{\hbar \nabla \varphi}{m^*}$

En presence d'un champ magnetique:

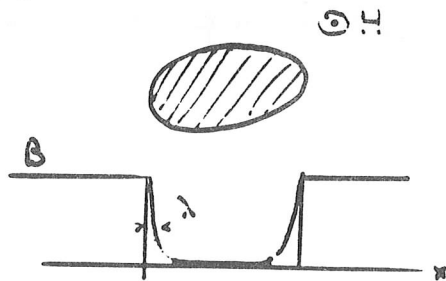
$$J_s = n_s e^* v = \frac{n_s e^*}{m^*} (\hbar \nabla \varphi - e^* A)$$

Notes:

- courant persistent ($v=0$)
 - Invariance de jauge $A \rightarrow A + \nabla \chi$
 - Equation de London $\text{rot } J = \frac{1}{\mu_0 \lambda^2} A$
- $\varphi \rightarrow \varphi + \frac{e^*}{\hbar} \chi$

b) Effet Meissner

Ecrantage du champ par les supracourants
London + Maxwell ($\mu_0 j = \nabla \times B$)



Diamagnetisme $B = B_0 \exp(-\frac{z}{\lambda})$

λ longueur de penetration

$$\lambda^2 = \frac{m^*}{\mu_0 n_s e^{*2}}$$

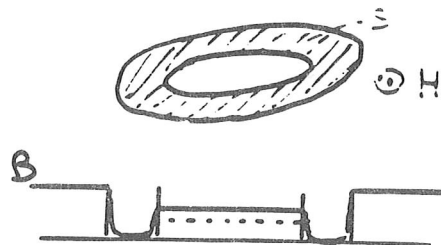
Al 100 A⁻¹
YBaCuO 0.2, 2

c) Quantification du flux magnetique.

φ univaluée $\Rightarrow \oint \nabla \varphi \cdot dl = 2\pi N$

sur un chemin ou $J \equiv 0$:

$$\hbar 2\pi N = e^* \int A \cdot dl$$



$$\Phi = N \Phi_0$$

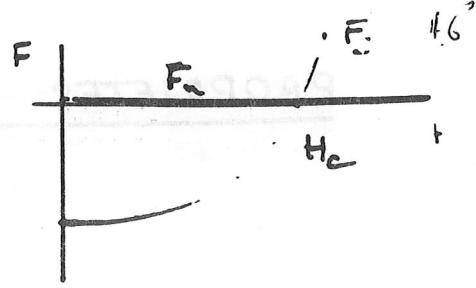
$\Phi_0 = \frac{h}{2e}$ quantum de flux $2.07 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$

Energie de Condensation.

$$\text{BCS} \Rightarrow E_s - E_n = -\frac{1}{2} N_0 \Delta^2$$

$$\text{Energie libre } F_s - F_n = -\frac{1}{2} \mu_0 H^2$$

$$\Rightarrow \text{energie de condensation } \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 = \frac{1}{2} N(0) \Delta^2$$

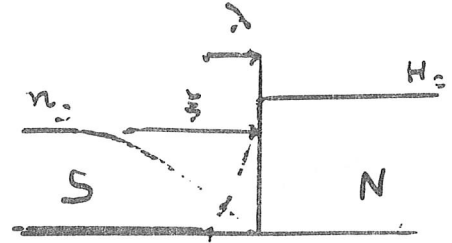


Energie d'interface N-S

$$\Delta E_{\text{condensation}} = \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 \xi$$

$$\Delta E_{\text{magnetique}} = -\frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 \lambda$$

$$\text{Energie de surface } \sigma_{NS} = \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 (\xi - \lambda)$$



> 0 peu de domaines
 < 0 proximité

Paramètre de Ginzburg-Landau

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi}$$

$\nearrow = 0.68 \lambda / \xi_0$ limite propre $\xi_0 < \lambda$
 $\searrow = 0.78 \lambda / \ell$ limite sol $\xi_0 > \ell$

2 types de supraconducteurs : $\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$ type I (Meissner)

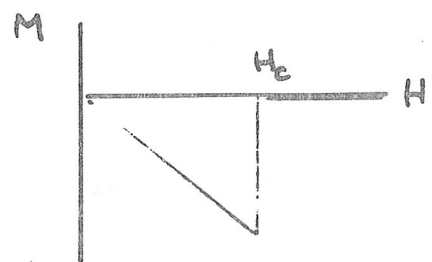
$\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$ type II (vortex)

Supraconducteurs de type I ($\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$)

Eléments purs : Al, In, Sn ... (bas T_c)

$H < H_c$ Effet Meissner parfait

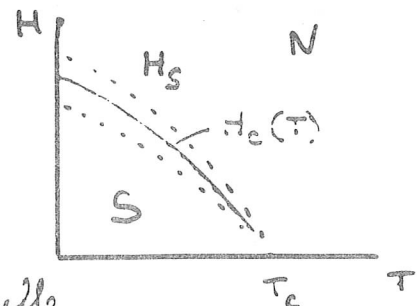
Transition du 1^{er} ordre



Etats métastables :

- surchauffe $H_s = H_c \sqrt{\frac{\xi}{\lambda}}$

- Retard à la condensation $H_r = H_c \frac{\lambda \sqrt{2}}{\xi}$



Application : Défectueux à microscopie en surchauffe

(analogie chambre à bulles)

Supraconducteurs de type II ($\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$)

alliages, haut T_c ($\xi \sim \frac{1}{T_c}$ petit)

2 champs critiques :

$H_{c1} \approx \frac{1}{\kappa} H_c$ Pénétration du flux

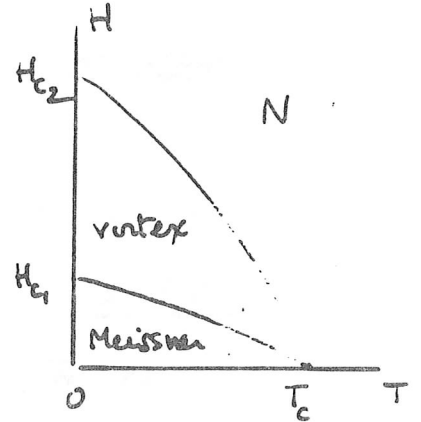
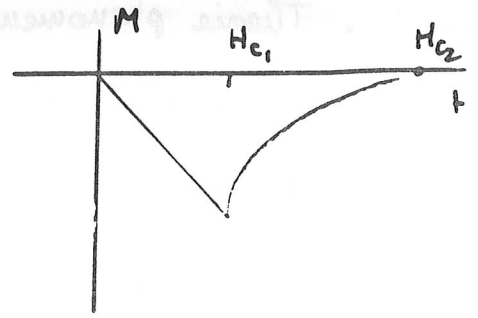
$H_{c2} = \kappa H_c$ Transition résistive

Etat mixte : entre H_{c1} et H_{c2}

lignes de flux quantifiées \Rightarrow vortex

A l'équilibre : Réseau d'Abrikosov

- Résistance nulle
- diamagnétisme incomplet
- courant critique contrôlé par ancrage des vortex
(\downarrow Métallurgie)



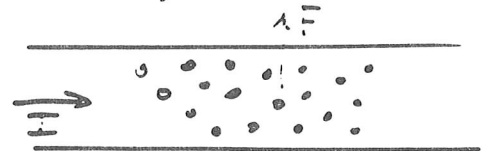
Courants critiques :

Limite absolue : $\frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 = \frac{1}{2} m^* v^2 n_s$

$$J_c \sim \frac{H_c}{\mu_0 \xi \lambda^2}$$

(Al $\sim 5 \cdot 10^7$ A/cm² YBaCuO $\sim 10^9$ A/cm²)

Jamais atteinte en pratique.



Dissipation : ($H \neq 0$)

- dépiégeage des vortex par force de Lorentz $F = I \times \phi$
- la dissipation résulte de l'écoulement des vortex (Flux flow) $V = - \frac{d\phi}{dt}$
- dépiégeage par activation thermique (Flux creep)
- Fluctuations

Théorie de Ginzburg Landau : (1950)

- Théorie phénoménologique
- S'intègre dans le cadre de la théorie des transitions de phase du second ordre
- ne dépend pas de la théorie microscopique
- Hypothèses :
 - Existence d'un paramètre d'ordre ψ
 - $\psi \rightarrow 0$ lentement à la transition
- Validité : voisinage de la transition, mais pas trop près (Ignore les fluctuations)
- Avantages :
 - Exacte pour supraconducteurs B.C.S (Gorkov)
 - valable jusqu'à T_c à 3d
 - seul moyen de faire des calculs simples

Developpement de l'énergie libre: $(\alpha \sim T_c - T)$

$$\Delta F = F_S - F_N = \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(-i\nabla - \frac{2e}{\hbar} A\right)^2 \psi + \frac{\mu_0}{2} h^2$$

ΔF minimum pour ψ et \mathbf{h} données par:



G.L. différentielles

$$\left[\begin{aligned} \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(-i\nabla - \frac{2e}{\hbar} A\right)^2 \psi &= -\alpha \psi - \beta |\psi|^2 \psi \\ \mathbf{J} = \text{rot } \mathbf{h} &= \frac{2e\hbar}{m^*} \left(\psi^* \left(-i\nabla - \frac{2e}{\hbar} A\right) \psi + \text{cc}\right) \end{aligned} \right.$$

Identique à l'équation de Schrödinger pour une particule $m^* = 2m$, $e^* = 2e$ (paire de Cooper) dans un champ $\mathbf{h} = \text{rot } A$