

4^e Ecole d'Automne

Détection de rayonnements à très basse température

Balaruc les Bains du 14 au 20 novembre 1999

Physique et techniques des basses températures
détecteurs cryogéniques, acquisition et traitement des signaux.

**« RÉSISTANCE THERMIQUE
AUX INTERFACES »**

Maurice CHAPPELLIER

TRANSFERTS DE CHALEUR A TRES BASSE TEMPERATURE

Cours de Maurice Chapellier SPEC /CE SAclay

Tel 01 69 08 72 35

Fax 01 69 08 87 86

E-mail chap@spec.saclay.cea.fr

PLAN DU COURS

I) Presentation expérimentale

- | | |
|---|-----|
| 1) Généralité sur les transferts de chaleur | p2 |
| 2) Résistance thermique d'une interface | p9 |
| Solide - He liquide (Résistance de Kapitza) | |
| Solide- solide | p11 |
| 3) Tableau résumé | p18 |

II) Eléments de théorie

- | | |
|--|-----|
| 1) Transfert de chaleur dans des solides | p19 |
| Phonon | |
| Electron | p25 |
| Interaction electrons-phonons | p27 |
| Cas des supraconducteurs | |
| 2) Transfert de chaleur dans les liquides quantiques | p27 |
| He ⁴ | |
| Cas du superfluide | |
| He ³ (normal) | |
| 3) Transfert de chaleur à l'interface Solide Liquide et Solide Solide | p29 |

- | | |
|----------------------------------|-----|
| III) Conclusion et bibliographie | p33 |
|----------------------------------|-----|

I) Présentation expérimentale

1) Généralité sur les transferts de chaleur

On se propose d'étudier le refroidissement de solides par des bains cryogéniques ou plus généralement de connaître le meilleur moyen de refroidir un échantillon à étudier à basse température.

C'est ce qu'il faut mettre en oeuvre pour toute expérience se déroulant à très basse température générée par de l' ^4He superfluide ou non, l' ^3He ou le mélange $^3\text{He} / ^4\text{He}$

Le problème revient à connaître la physique de la transmission de chaleur

dans les solides.

entre un solide et les liquides cryogéniques

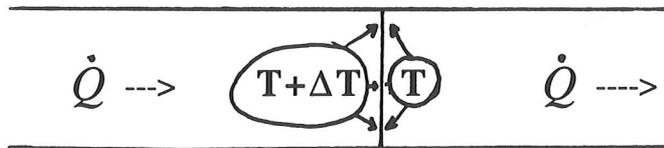
dans les liquides cryogéniques.

Dans les problèmes habituels de transmission de chaleur la température sera une grandeur géométrique continue. Pour une interface, on s'attendait à un saut de température. L'idée, lancée dès 1936 par N.Kurti, Rollin et Simon entre l' ^4He et un solide est que ce saut est négligeable.

Quelques mois après, Keesom et Keesom le déclare considérable.

La mise en évidence expérimentale d'un saut en température important pour les premiers systèmes refroidis avec de l' ^4He superfluide (HeII) par Piotr Kapitza en 1941 a donné un nom à cette résistance: la résistance de Kapitza. Sa mise en évidence tient au fait que l' ^4He II est un très bon conducteur de la chaleur, et avec un métal comme le cuivre, on distingue clairement le "saut" à l'interface, même avec des thermomètres éloignés de celle-ci !

Définition: On appelle résistance de Kapitza la résistance thermique apparaissant à l'interface entre un solide et l' ^4He liquide ou solide. Nous prendrons la même notation, R_K , pour toute résistivité thermique de surface entre deux milieux différents. Si ΔT est l'écart de température



qui apparaît à une interface de surface S lorsqu'une quantité de chaleur \dot{Q} par seconde (donc une puissance $P = \dot{Q}$) la traverse, la résistivité de Kapitza ρ_K est définie par

$$\dot{Q} = \frac{S \Delta T}{\rho_K}$$

On définira aussi une conductivité h_K , inverse de la résistivité.

La résistance R_K , résistance de surface sera donnée par $R_K = \rho_K / S$

En 1952 Khalatnikov publie le modèle de la désadaptation acoustique qui est une approximation "optique" Avec cette approximation, on calcule une résistance thermique considérable qui, heureusement pour le développement de la physique des basses ou très basses températures *n'est pas vérifiée* par plusieurs ordres de grandeur.

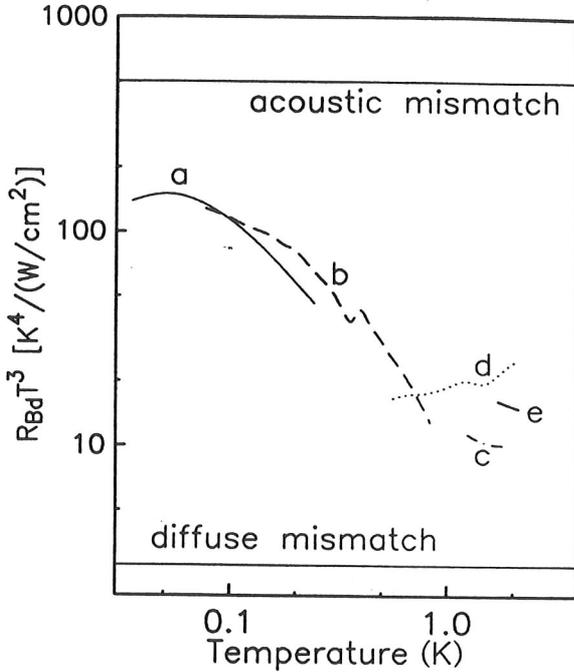


FIG. 1. A few examples of the measured Kapitza resistance between copper and ^4He , multiplied by T^3 to remove some of the strong temperature dependence. Note the drop in $R_{\text{Bd}}T^3$ with temperature above 0.1 K. The upper solid line is the prediction of the acoustic mismatch model [$500 \text{ K}^4/(\text{W}/\text{cm}^2)$]. The lower solid line is the prediction of the diffuse mismatch model [$2.8 \text{ K}^4/(\text{W}/\text{cm}^2)$]. Both models will be discussed in detail in Sec. II. The prediction of the diffuse mismatch model should not be confused with the prediction of the "perfect match model," otherwise known as the phonon radiation limit, also discussed in Sec. II. The curves are as follows: a, Folinsee and Anderson, 1974; b, Anderson, Connolly, and Wheatley, 1964 (the kink is not physics, but instead shows the typical irreproducibility of the Kapitza resistance from run to run, even on the same sample); c, Johnson and Little, 1963; d, Guan, 1962; and e, Kapitza, 1941. Below 0.1 K, the measured thermal boundary resistance is expected to approach the prediction of the acoustic mismatch model, if the sample were an insulator with a clean, smooth, and undamaged surface. The electrons in the copper contribute to the transport even at these lowest temperatures by providing a mechanism for phonon attenuation in the solid, due to the electron-phonon interaction. This is discussed in Secs. II and III. We know of no direct measurements of the Kapitza resistance at temperatures below 0.2 K of an insulator with a smooth, clean, and unstrained surface.

Cu-He⁴

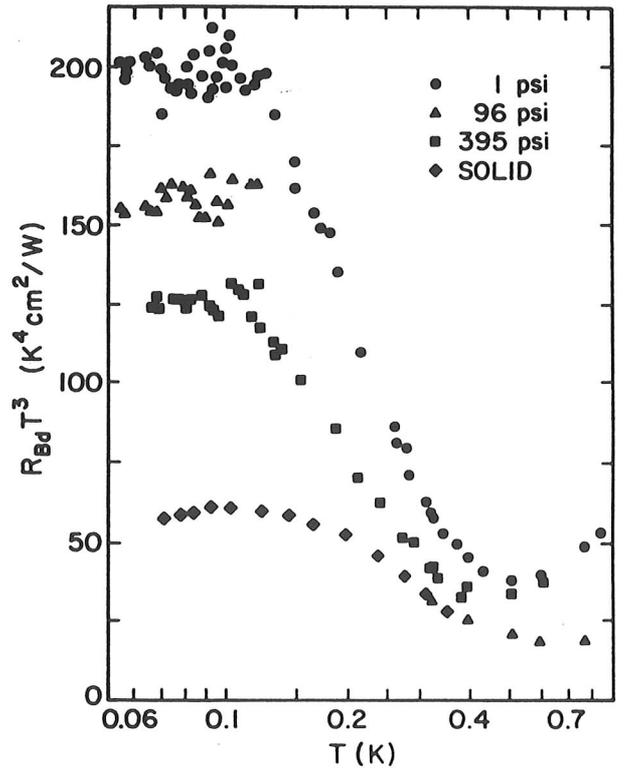


FIG. 2. Measured Kapitza resistance between electropolished copper and ^3He , multiplied by T^3 to remove some of the strong temperature dependence (adapted from Anderson, Connolly, and Wheatley, 1964). Note the similarity with the ^4He data (Fig. 1). The pressure dependence is seen well below 1 K, but near 1 K the Kapitza resistance is nearly pressure independent. The acoustic mismatch prediction for the low-pressure curve is about $1200 \text{ K}^4/(\text{W}/\text{cm}^2)$. The diffuse mismatch prediction for the low-pressure curve is about $2.7 \text{ K}^4/(\text{W}/\text{cm}^2)$.

Cu-He³

Toutefois, bien que la découverte soit ancienne, et que les études de transfert de chaleur aient été très nombreuses, la compréhension complète de cette résistance n'est pas encore complète.

Les raisons en sont que c'est un problème:

- * de surface
- * complexe
- * avec de nombreux paramètres pas toujours bien définis.

Il y a d'un côté des expériences ou on cherche à produire un modèle le plus propre possible (cristal clivé sous ultravide, fusion au laser..) pour approcher certains phénomènes, de l'autre côté il y a la masse d'essais plus ordinaires de tous ceux devant refroidir un objet dans la gamme de température autour du zéro absolu. Je crois que vous êtes de ceux là, avec souvent la nécessité d'approcher les performances ultimes du système physique étudié!!

Je n'aurai pas la prétention, en un couple d'heures de vous brosser un tableau complet du problème. Mon ambition est plutôt de présenter quelques outils utiles et une vision physique qui permettra de mieux aborder l'étude de ce qui a été fait.

Mais finalement seul l'expérience compte

Dans ce qui suit on va donner l'essentiel de la **conductibilité des liquides et des solides** utilisés en très basse température, avant de présenter les données sur les interfaces et d'expliquer comment on les utilise dans la préparation d'une expérience. C'est la partie essentielle du cours. On donnera ensuite éventuellement des exemples à piocher et enfin quelques éléments d'approche de la théorie sur la résistance thermique entre deux milieux et en particulier la résistance de Kapitza.

Nous présentons une compilation extraite du livre de O.Lounasmaa (v.biblio.) avec deux échelles pour aider à son utilisation.(fig 9.1) ainsi que diverses données utiles.

La conduction d'une section droite de surface S et de longueur l sera donnée par

$$\dot{Q} = K \frac{S}{l} \Delta T$$

On voit que l'essentiel des conductibilités sont de forme $K = \alpha T^n$

Remarque: Pour les conductibilités de forme $K = \alpha T^n$ la puissance P échangée entre les deux extrémités (ch)audes et (fr)oide d'un barreau de longueur l et de section S est donné par

$$P = \frac{S}{l} \frac{\alpha}{n+1} (T_{ch}^{n+1} - T_{fr}^{n+1})$$

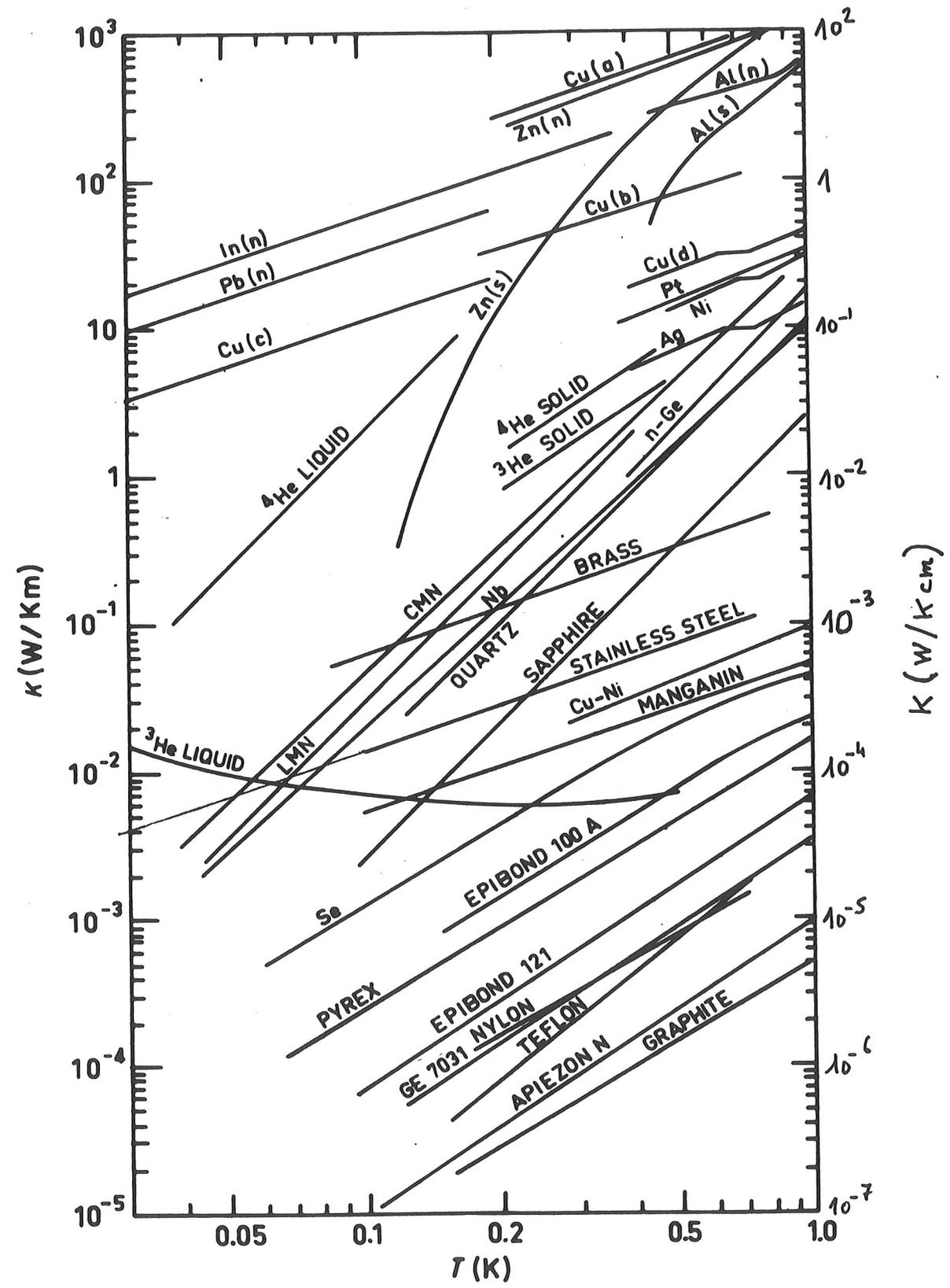


Fig. 9.1. The thermal conductivity of several materials which are important for research in the millikelvin region. The figure was compiled by Lähteenmäki (1973).

Conductibilité de métaux normaux et supraconducteurs:

Ces conductibilités sont intéressantes car elles permettent à très basses température de fabriquer des interrupteurs thermiques. Alors que la conductibilité du métal normal (rendu normal par l'application d'un champs magnétique > que le champs critique) suit une loi en T , la conductibilité supra en dessous de T_c décroît exponentiellement (diminution de la densité d'électrons normaux) puis enfin suit une loi en T^3 due aux phonons résiduels

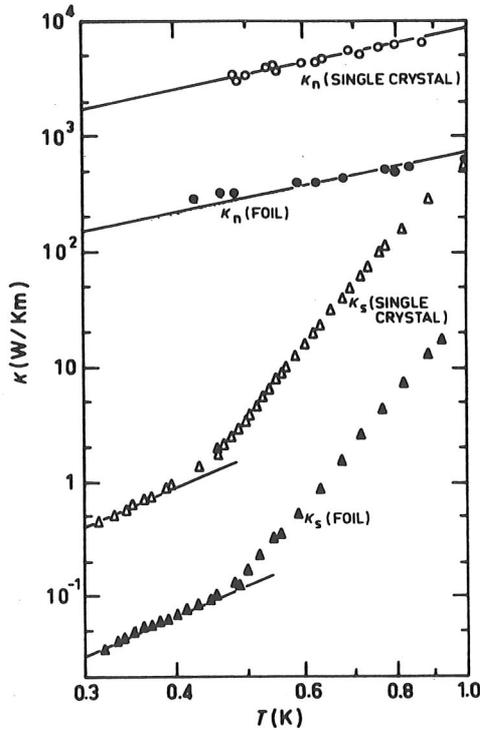


Fig. 9.8. The thermal conductivity of two tin specimens in the normal and superconducting states (Peshkov and Parshin, 1965). The single crystal sample of 99.9998% purity was 2.2 mm in diam. and 10 cm long. The foil specimen was made from the same material by rolling it to a thickness of 0.05 mm. The normal state conductivity is approximately proportional to T . In the superconducting state, κ_s is proportional to T^3 below 0.4 K and proportional to $\exp(-1.5T_c/T)$ at higher temperatures. This is due to the fact that below 0.4 K thermal conduction is by phonons only, whereas at higher temperatures normal electrons become the dominant mechanism of heat transfer. The $\kappa_n \propto T$ and $\kappa_s \propto T^3$ temperature dependencies have been marked by straight lines in the figure.

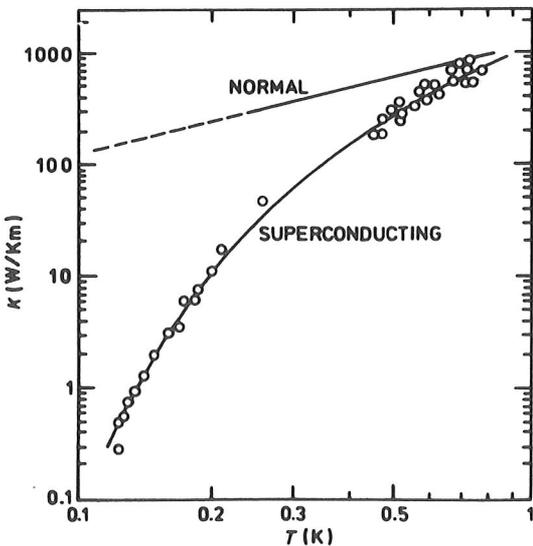


Fig. 9.2. The thermal conductivity of polycrystalline zinc ($T_c = 0.9$ K) between 0.1 and 1 K. In the superconducting state between 0.4 and 0.9 K the experimental data fit the relation $\kappa_s = 7240 \exp(-1.85T_c/T)$ W/Km. At lower temperatures κ_s should be proportional to T^3 . We note that, at 0.1 K, $\kappa_s/\kappa_n \cong 10^{-4}$ (from Cotignola, De La Cruz, De La Cruz and Platzek, 1967).

Conductibilité des liquides quantiques:

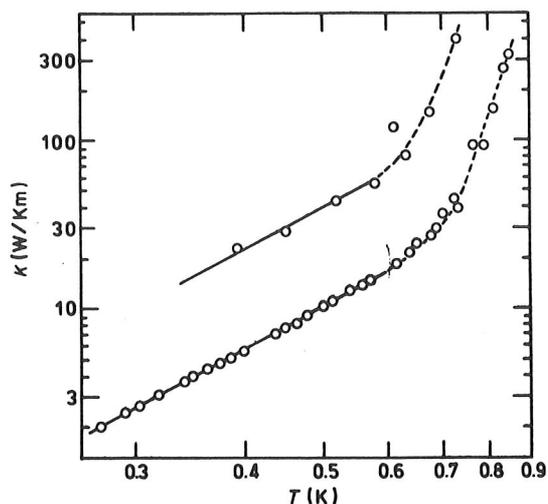


Fig. 9.3. The thermal conductivity of liquid ^4He in two tubes, 0.80 mm (upper curve) and 0.29 mm (lower curve) in diam., respectively. In the boundary scattering region below 0.6 K the data fit approximately Eq. (9.9), with the effective diameter increasing towards lower temperatures (Fairbank and Wilks, 1955).

L' He^4 à une très mauvaise conductibilité thermique quand il est normal. Dès la transition superfluide atteinte, il devient très bon conducteur, on n'établira de gradient que dans des capillaires de petit diamètre (fig 9-3)

For the 6.4% solution, important in dilution refrigerators (cf. Fig. 3.1), $\kappa \cong 0.30/T$ mW/m below 15 mK.

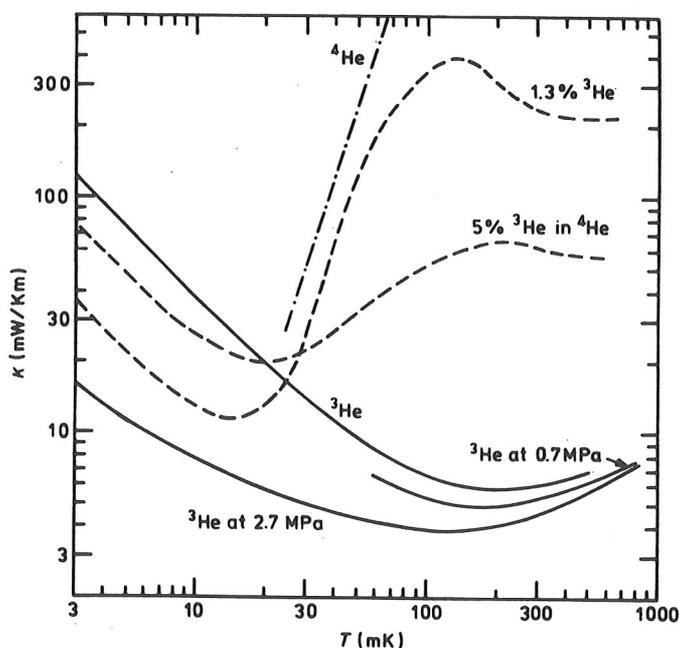


Fig. 9.4. The thermal conductivities of liquid ^3He and liquid ^4He , and of dilute mixtures of ^3He in liquid ^4He , as a function of temperature. The ^4He -curve was measured by Abel and Wheatley (1968) in a capillary of 2.5 mm diam. The ^3He -curve ($P \cong 0$) is from Abel, Johnson, Wheatley and Zimmerman (1967) below 30 mK and from Anderson, Connolly, Vilches and Wheatley (1966) from 0.06 to 0.8 K; interpolation was used for the temperature range between 30 and 60 mK. The ^3He -curves at 0.7 and 2.7 MPa are also from the last mentioned reference; extrapolation of the 2.7 MPa curve to 3 mK was done in a manner suggested by Wheatley (1973).

The curves for the 1.3 and 5% mixtures of ^3He in liquid ^4He are from Abel *et al.* (1967) below 25 mK and from Abel and Wheatley (1968) above 60 mK; the latter authors employed the same 2.5 mm diam. capillary as in their measurements on pure liquid ^4He . Interpolation, with some difficulty, was employed between 25 and 60 mK. For both mixtures $P \cong 0$.

L' He^3 pur est un liquide de conductibilité faible qui diminue avec la température puis remonte en $1/T$ à suffisamment basse température quand il se comporte comme un liquide de Fermi (fig 9-4)

Enfin l' He^3 dilué à un comportement entre les deux, avec une conductibilité décroissante puis une remontée du à son caractère de liquide de Fermi. (fig 9-4).

Une autre quantité importante dans les problèmes de refroidissement est celui de la chaleur spécifique. Pourquoi ? Parce que refroidissement d'un objet de chaleur spécifique C relié à un thermostat par une résistance thermique R est décrit par une exponentielle de constante de temps

$$\tau = RC$$

Plus exactement, supposons qu'un objet (dont la conductibilité est très grande) est relié par une résistance thermique R à un thermostat à température fixe T . Pour un petit écart autour de l'équilibre ΔT , l'échange de chaleur s'écrit:

$$Cd(\Delta T) = -\frac{\Delta T}{R} dt$$

d'ou
$$\Delta T = \Delta T_0 \exp -\frac{t}{\tau}$$

ou ΔT_0 est l'écart de température quand $t = 0$

On aura une relation semblable avec une résistance de Kapitza.

Nous présentons ici la valeur de la chaleur spécifique d'un certains nombre d'éléments que l'on rencontre en cryogénie

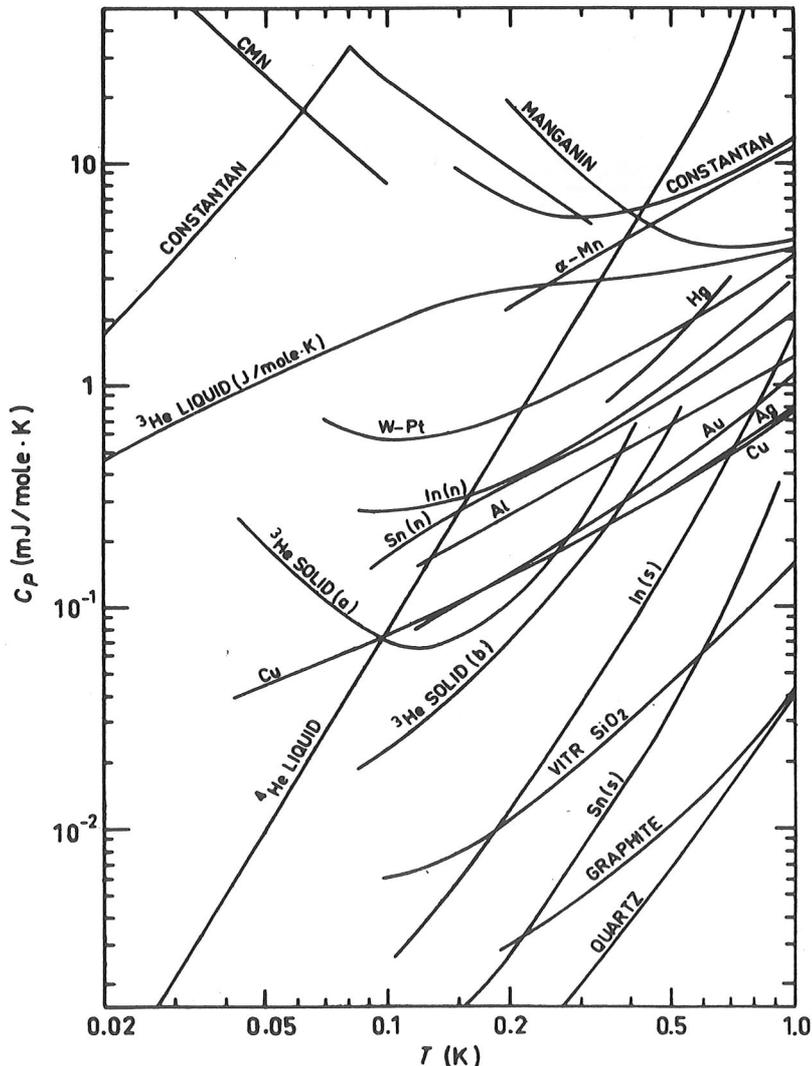


Fig. 9.18. The specific heat of several materials below 1 K. The figure was compiled by Lähtenmäki (1973). References:

2) Résistivité thermique d'une interface

Unités : Nous donnerons toujours ρ_K en $K\text{cm}^2 / \text{W}$ ou , pour enlever l'essentiel de la variation $\rho_K T^3$ en $K^4 \text{cm}^2 / \text{W}$

Nous présentons ci dessous (fig 9.11) la compilation extraite du livre de O. Lounasmaa .

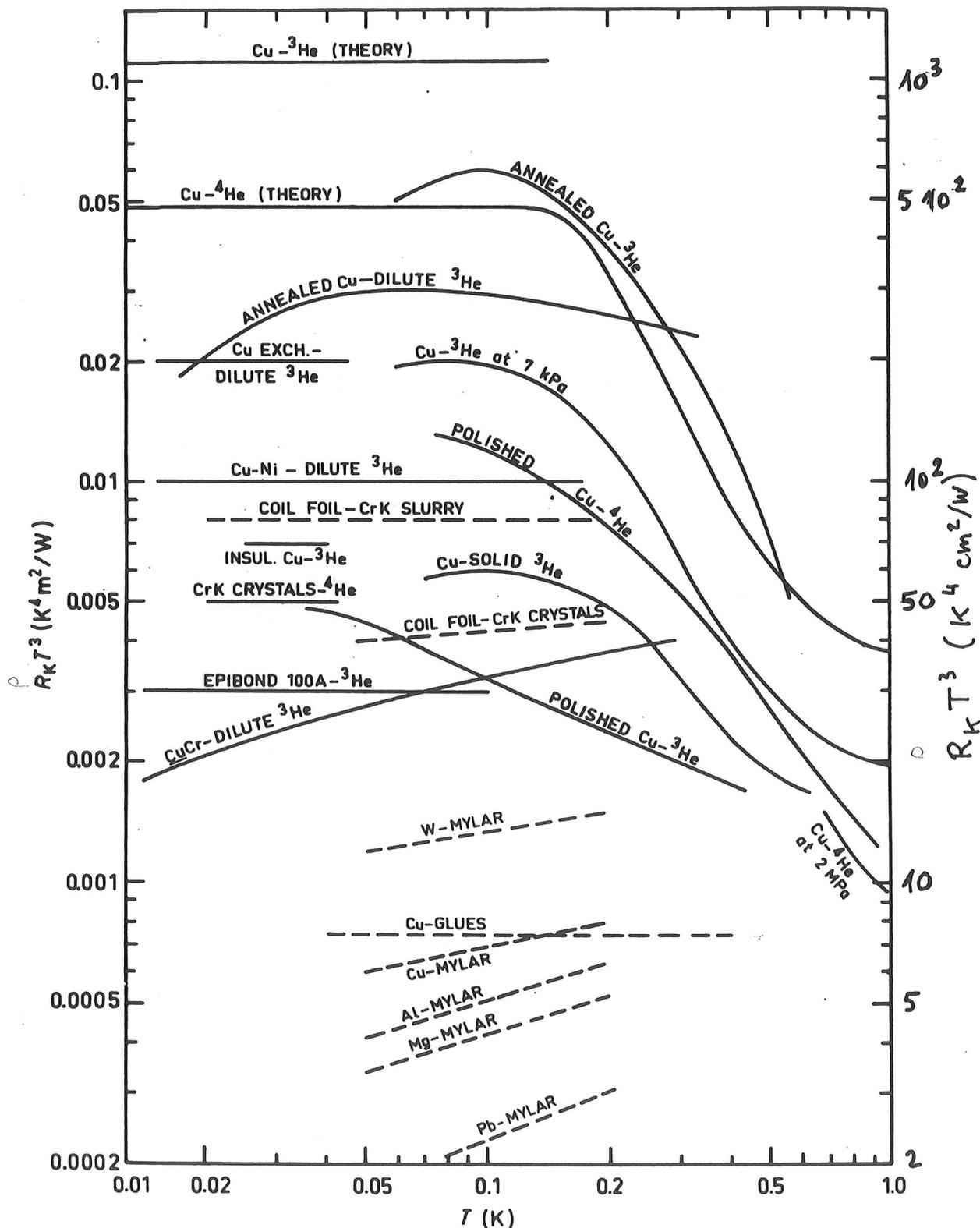


Fig. 9.11. The Kapitza thermal boundary resistivity ($\check{R}_K T^3 = R_K A T^3$) between liquid ^3He or ^4He and various solids. Some solid-solid boundary resistivities (dashed lines) have been included. The figure was compiled by Lähteenmäki (1973).

poudre métallique frittée/He³ dilué C'est un cas particulier important, car servant à extraire le froid de la boîte à mélange. Le comportement anormal de R_K en température pour du Cu dès que la taille de la poudre est de l'ordre de la longueur d'onde des phonons majoritaires a été souligné par R. Radebaugh et J.D. Siegwarth P.R.L. Vol 27 796 (1971)

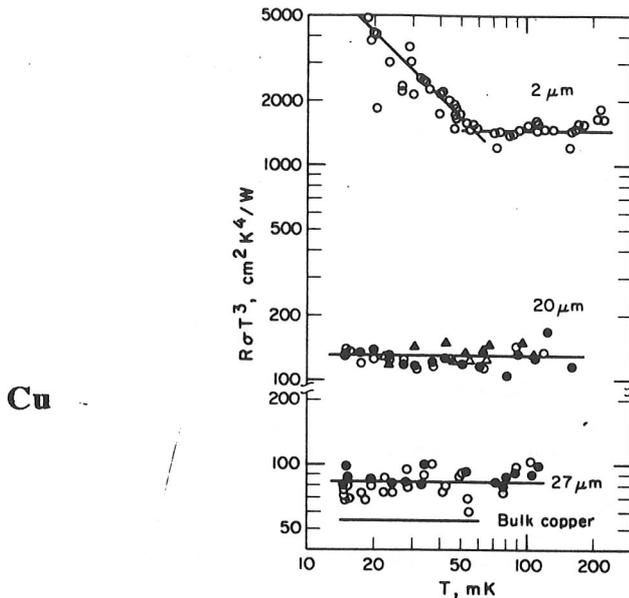


FIG. 1. Thermal resistance R between sintered copper powder of three different particle sizes and a nearly saturated He³-He⁴ solution. The term σ is the calculated surface area. The open symbols are data for the A samples and the solid symbols are data for the B samples. The triangles are for the 20- μ m powder after exposure to air for one day. Shown for comparison is the value for bulk copper taken from Ref. 5.

Pour l'argent, H.Franco, J. Bossy et H. Godfrin (Cryogenics Sept 1984 p.477) ont fait une étude exhaustive des différentes poudres (fig 13). Ces résistances sont en réalité une combinaison compliquée de résistance de Kapitza et de conductibilité dans les canaux de liquide (thèse de Cordier LPS Orsay). Le résultat pratique est détaillé dans l'article.

Ceci n'est vrai que si le fritté est bon, c'est à dire qu'il accroche bien au barreau sortant de la boîte à mélange et que la porosité a été bien respecté.

Remarque pour l'He³ pur

C'est un cas très particulier qui à température ultrabasse donne des résistances anormalement petite avec les sels paramagnétiques ou les métaux, en feuille ou en poudre. Toutefois ces propriétés n'existent que pour une pureté suffisamment grande pour que la première couche adsorbée sur le métal soit essentiellement de l'He³. Une trace d'He⁴ dont on sait qu'il s'adsorbe préférentiellement sur la surface peut dégrader considérablement le contact thermique. En particulier ce n'est pas ces chiffres qu'il faut utiliser dans une boîte à mélange, même si la poudre se trouve dans la partie concentrée. Elle est dans ce cas toujours saturée d'He⁴.

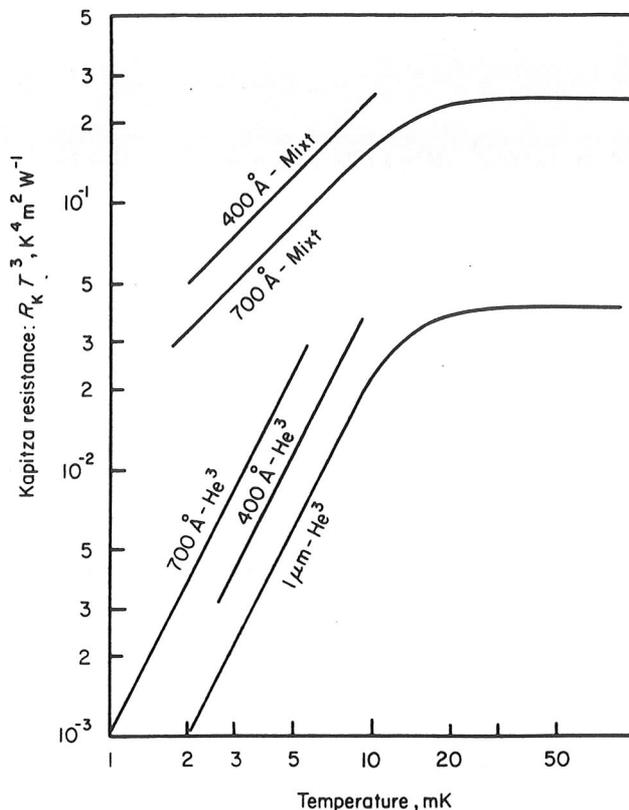


Fig. 13 Typical values of the Kapitza resistance between sintered silver powders and He³ or He³/He⁴ mixtures, plotted as $R_K T^3$ vs T

Résistance thermique entre solides

On peut voir sur la compilation de O.Lounasmaa que ce type de mesure est assez rare.

Nous donnerons quelques compléments, le plus souvent à des températures proches de 4.2K

Rh Fe sur saphir et quartz

Swartz et Pohl Appl.Phys. Lett 51,200 (1987) et papier

de revue.

Ces expériences sont faites avec un élément chauffant qui est son propre thermomètre, *un film de RhFe* dont la résistance décroît de façon monotone avec la température de l'ambiante à .5K . Les auteurs ont mesurés avec précision le couplage thermique en fonction de l'état de surface. L'ordre de grandeur ne change pas, même si l'on voit clairement l'effet du polissage sur la résistance thermique

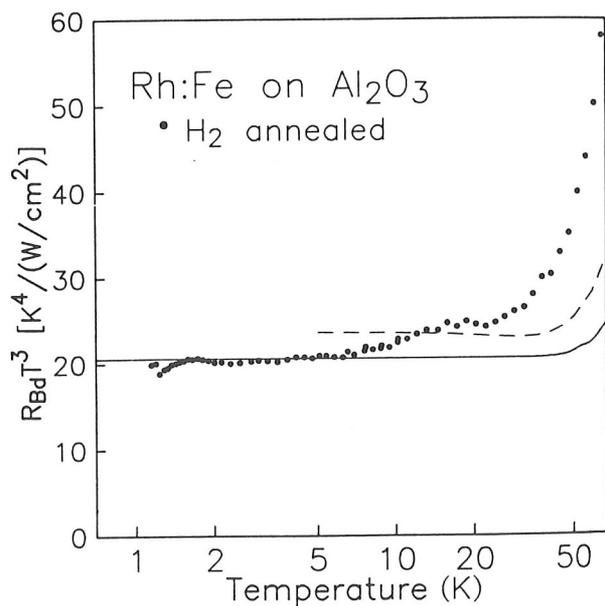


FIG. 32. Thermal boundary resistance between Rh:Fe and hydrogen chemically polished sapphire: solid curve, prediction of the acoustic mismatch model; dashed curve, prediction of the diffuse mismatch model. The measured boundary resistance for this and the following three figures depends linearly on the measured widths of the Rh:Fe strips. We estimate the uncertainty of the widths at about 5%. In these plots of the boundary resistance between Rh:Fe and sapphire or quartz (except the log-log plot of Fig. 6), the thermal resistance resulting from the finite thermal transport between the electrons and the phonons in the Rh:Fe film has been fit and subtracted from the data. The analysis is discussed by Swartz (1987). The expected temperature dependence ($R_{ep} T^{-4}$) of the electron-phonon thermal resistance was clearly seen in the data for all the samples, but the prefactor R_{ep} was reproducible only to within a factor of 2 or 3 from sample to sample. R_{ep} was on the same order as that for a thin film of copper, measured by Roukes (1985); see also Roukes *et al.* (1985).

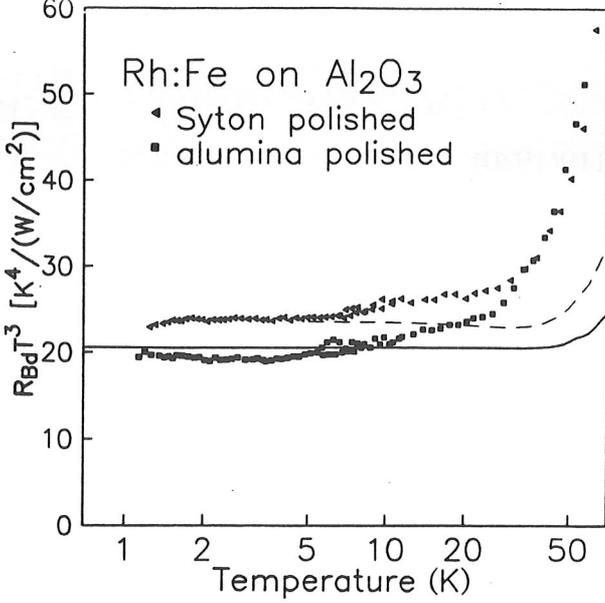


FIG. 33. Thermal boundary resistance between Rh:Fe and Syton-polished sapphire, and between Rh:Fe and alumina-polished sapphire. The effects of the electron-phonon thermal resistance have been subtracted. Solid curve, prediction of the acoustic mismatch model; dashed curve, prediction of the diffuse mismatch model. From Swartz (1987).

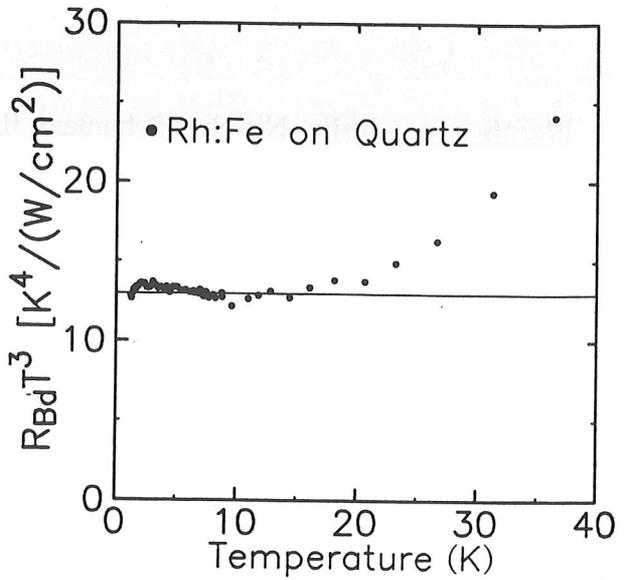


FIG. 35. Thermal boundary resistance between Rh:Fe and quartz. The solid curve represents both the diffuse mismatch model prediction and the acoustic mismatch model prediction; they coincide in this case. Note the quantitative agreement with either prediction at temperatures up to over 15 K, indicating that diffuse scattering, which must be present at some temperature well below 15 K, has no effect at this interface. From Swartz (1987).

Rev. Mod. Phys., Vol. 61, No. 3, July 1989

Saphir et Aluminium Sahling et al. J.L.T.P.45,457 (1981)

Ce sont des mesures où la température atteint 100mK. Elles sont en remarquable accord avec la valeur théorique. Une observation intéressante est que R_k augmente énormément quand Al devient supraconducteur. $R_k T^3$ augmente quand T diminue et atteint un maximum quand $T=0.13K$, 100 fois la valeur à 1K puis $R_k T^3$ diminue si on abaisse encore la température. L'explication en a été donnée en utilisant la théorie de Zelikman et Spivak, Sov.Phys. JETP 49,377(1979), qui montrent que les électrons normaux du métal supraconducteur sont découplés des phonons. Cet exemple montre la possibilité de bains à des températures différentes.

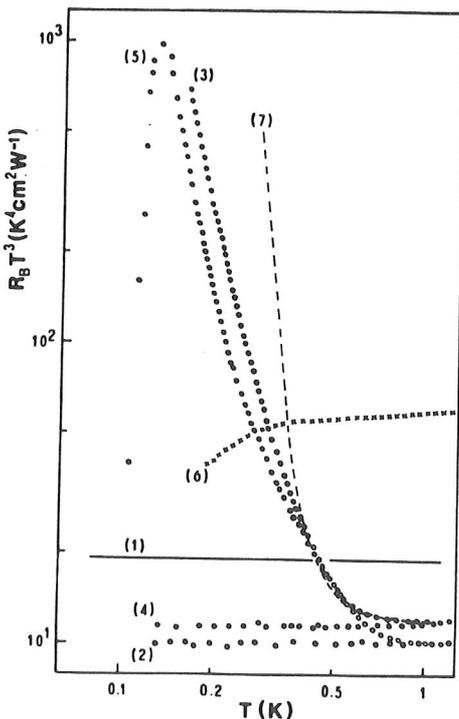


Fig. 4. The thermal boundary resistance R_B for sapphire-aluminum samples, multiplied by T^3 , as a function of temperature T . (1) Calculated from the acoustic mismatch theory; (2) sample 1, with aluminum in the normal state, sapphire end face roughness $\sigma < 0.5 \mu m$; (3) sample 1 with aluminum in the superconducting state; (4) sample 2 with aluminum in the normal state, $\sigma = 4 \mu m$; (5) sample 2 with aluminum in the superconducting state; (6) sample 3 with aluminum in the superconducting state, $\sigma \approx 8 \mu m$; (7) calculated from the theory of Ref. 7.

Plomb sur saphir Nitsch et Schumann JLTP.39,119(1980)

RT^3 est constant en dessous de 10K. De plus la valeur de $R_k T^3$, est à moins d'un facteur 2 de la valeur théorique pour le meilleur poli(diamant 3 mm) et augmente d'un facteur 3 pour un poli avec des grains de 30 mm et de 6 avec des grains de 125 mm .

L'interprétation suggéré dans l'article de Swartz et Pohl (S&P) est que le polissage au diamant crée des défauts à la surface du saphir et aussi plus profondément sous la surface, et ce d'autant plus que le grain du diamant est gros. Ces défauts augmentent la résistance thermique mesurée.

Indium sur saphir Schmidt et Umlauf JLTP 22,597 (1976)

Ce cas devait être intéressant pour deux raisons. La première est que l'indium adhère assez bien sur le saphir, et donc on s'attendait à des expériences reproductibles. La seconde est que l'indium est supraconducteur et que l'on peut par l'application d'un champs magnétique supprimer cette supraconductibilité. Le dispositif expérimental et les résultats sont présentés fig 3 et fig 4.

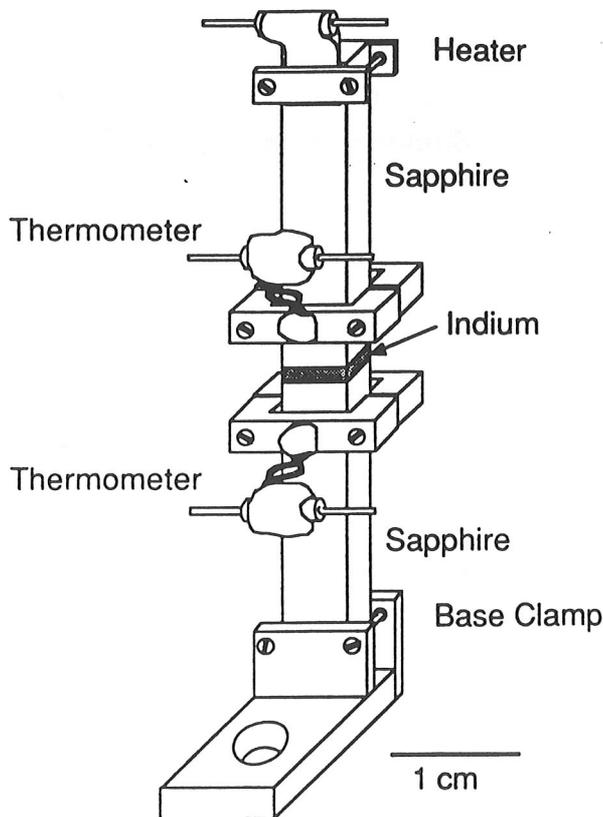


FIG. 3. Experimental geometry used for measuring the thermal boundary resistance between indium and sapphire (Schmidt and Umlauf, 1976). The indium is vapor deposited or ultrasonically soldered onto each sapphire cylinder, and the coated cylinders are vacuum melted together with a (few mm thick) disk of indium between the cylinders.

E. T. Swartz and R. O. Pohl:

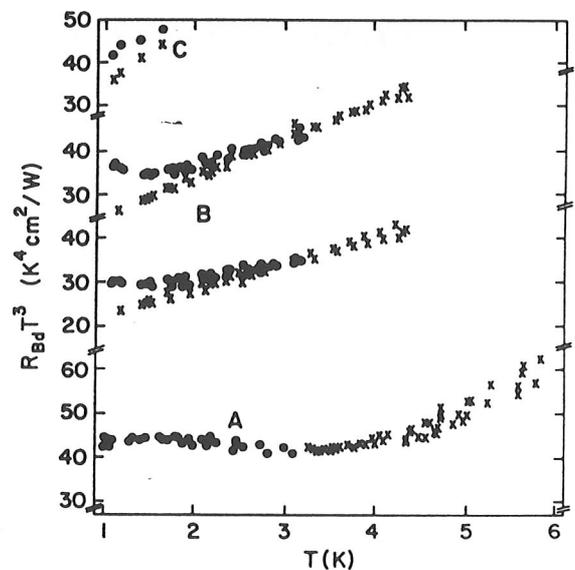


FIG. 4. Thermal boundary resistance between indium and sapphire multiplied by the cube of temperature to remove the strong temperature dependence (adapted from Schmidt and Umlauf, 1976). \times , normal indium; \bullet superconducting indium. The two sets of data labeled B are for a roughened sapphire surface. A and C are for smooth sapphire surfaces with different indium thicknesses. Acoustic mismatch theory predicts a flat line at $20.4 \text{ cm}^2 \text{ K}^4 / \text{W}$.

Les auteurs notent une **mauvaise reproductibilité**, des valeurs un peu supérieures aux valeurs prédites par la désadaptation acoustique et le fait que R_k est 30% plus bas quand le métal est normal. L'interprétation de ce dernier point est que l'état supraconducteur diminue la conductibilité dans le métal et que l'on mesure plus mal les températures à l'interface. D'une façon générale, les interfaces présentent des défauts non contrôlables qui vont diffuser les phonons incidents.

Cuivre-vernis GE 7031-cristaux diélectriques

J.P.Harrison Rev.Sci.Inst.39,145 (1968)

La résistance thermique totale de ce joint est, S étant en cm^2

$$R_k T^3 = 1000 \text{ S}^{-1} \text{ W}^{-1} \text{ K}^4 \text{ cm}^2 \text{ entre } 0.05\text{K et } 2\text{K} .$$

Cette valeur est étonnamment reproductible. Elle est 2 ordres de grandeur plus petite que celle que l'on calculerait naïvement. Cette valeur intéressante sur le plan pratique, montre les effets considérables des imperfections du joint qui *augmente la résistance théorique*.

Cuivre-Indium et graisse Apiezon-cristaux diélectriques

J.P.Harrison Rev.Sci.Inst.39,145 (1968)

dans la même expérience, un joint avec de l'indium, de la graisse Apiezon, serré par un ressort au bronze phosphoreux donne une résistance thermique

$$R_k T^3 = 170 \text{ S}^{-1} \text{ W}^{-1} \text{ K}^4 \text{ cm}^2$$

Cette valeur varie suivant l'intensité du serrage.

Cu- graisse,vernis,epoxy ou Indium en couches minces-Cu

A.C.Anderson et R.E. Peterson Cryogenics Octobre 1970 p.430

Dans cet article, les auteurs montrent un contact thermique **dépendant très peu de la graisse** (ou Indium) mise entre deux blocs de cuivre. La surface est pourtant considérable, 1cm^2 et l'on pourrait s'attendre à des problèmes dus aux dilatations différentes. Le résultat est étonnamment uniforme, ce qui fait dire aux auteurs que la résistance entre le cuivre et "n'importe quoi" est à 20% près:

$$R_k T^3 = 7.5 \text{ S}^{-1} \text{ W}^{-1} \text{ K}^4 \text{ cm}^2$$

la figure donne les résultats pour différents matériaux et montre un schéma expérimental, l'épaisseur est contrôlée par du mylar d'épaisseur 6.4 micron qui évite tout contact électronique qui fausserait la mesure

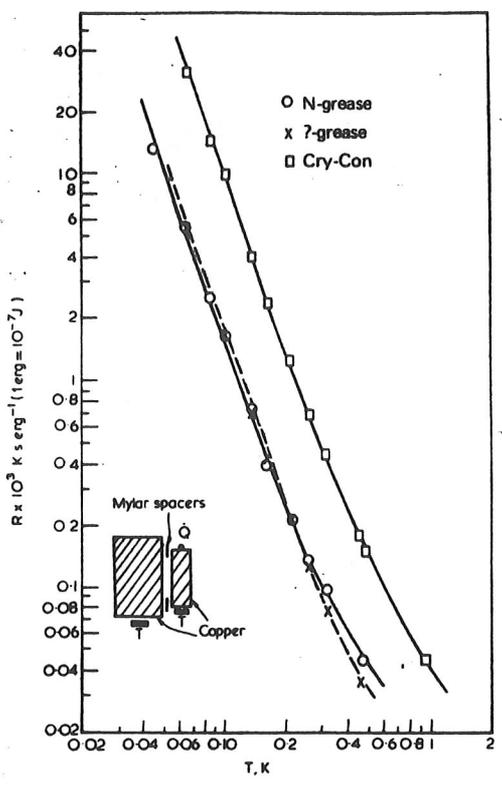


Figure 1. Thermal contact resistances R of three dielectric materials plotted against temperature. The insert shows the mechanical arrangement used in making these measurements. Here Q is an electrical heater and each T a carbon resistance thermometer

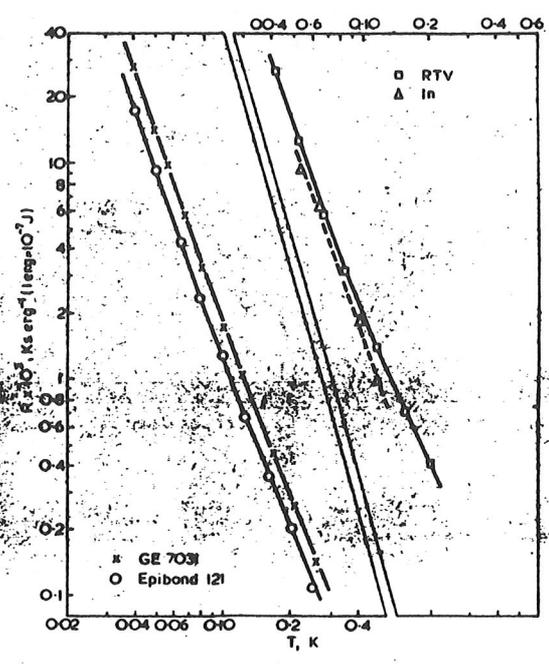


Figure 2. Thermal contact resistances R of four bonding agents plotted against temperature. Note that the temperature scale for In and RTV is located at the top of the figure. The data for the various bonding agents are plotted separately since otherwise, with the exception of Cry-Con, they would all be superimposed

Cu- epoxy Cu

Matsumoto, Reynolds, Anderson Phys. Rev.B 16, 3303 (1977)

L'expérience mesure une double interface Cu époxy Cu avec une couche d'époxy d'épaisseur variable. Les résultats sont bien reproductible.. Le modèle de désadaptation acoustique marche bien à très basse température ($T < 50mK$) mais dès $100mK$ la valeur de $R_k T^3$ est 2 fois trop grande et 100 fois trop grande à $1K$. Le problème n'est en fait pas si simple car les résistances thermiques ne s'ajoutent pas de façons directes. L'analyse qui donne le meilleur accord avec l'expérience montre que l'époxy de structure amorphe joue un rôle de filtre passe bas permettant seulement aux phonons de fréquences $< 25Ghz$ de passer.

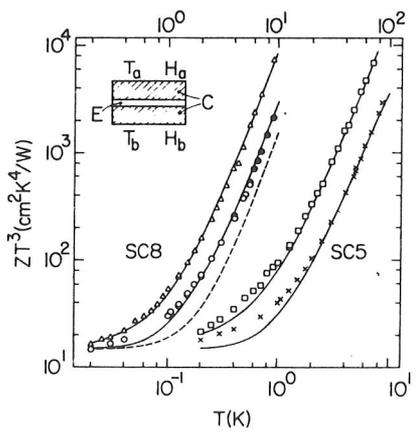


FIG. 1. Thermal impedance Z , vs temperature T , across the copper-epoxy-copper sandwich shown schematically in the inset. Z has been multiplied by T^3 to remove much of the temperature dependence. C -copper plates (upper plate attached to refrigerator), E -epoxy layer, T -resistance thermometers, H -electrical heaters. Epoxy SC5 (lower scale): \square -thick epoxy layer, \times -thin layer. Epoxy SC8 (upper scale): Δ -thick layer, \bullet and \circ -thin layer (two samples). The dashed line is the result of a calculation for the thin-layer SC8 samples using Eq. (1). The solid lines are calculated as discussed in Sec. III.

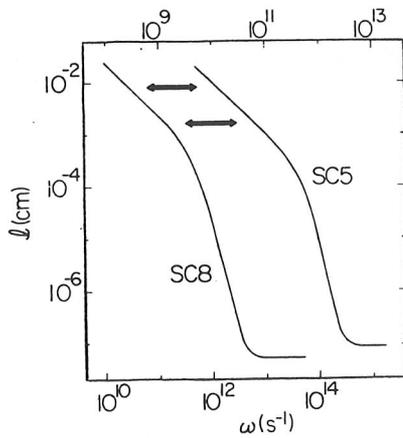


FIG. 5. Phonon mean free path l vs angular frequency ω in SC8 (bottom scale) and SC5 (upper scale) based on Eq. (2). The arrows indicate the thicknesses of the epoxy layers used in the Cu-epoxy-Cu sandwiches.

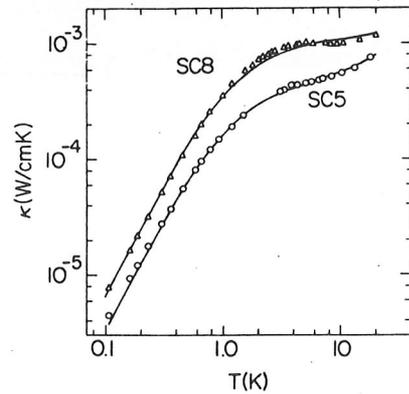


FIG. 3. Thermal conductivity κ vs temperature for epoxy SC8 (Δ) and epoxy SC5 (\circ). The solid lines are calculated using the phonon mean free paths shown in Fig. 5.

métal ou saphir-epoxy chargée-métal ou saphir

Anderson et Rauch Journ. of Applied Physics 41,3648 (1970)

A température \gg quelques K la conductibilité thermique d'une époxy peut être améliorée si on la charge de poudre métallique de Cu, Ag ou saphir mais à température inférieure la résistance de Kapitza entre grains métalliques et époxy élimine l'essentiel de l'effet de conductibilité des grains. On peut ainsi avoir autant avantage à utiliser de l'époxy pure pour des très basses température pour améliorer le transfert thermique.

Toutefois cette expérience n'était pas faite avec un produit conducteur de l'électricité, tel l'épotech, pour laquelle il n'existe pas à ma connaissance de mesure de conductibilité.

couplage electrons phonons

Dans quelques situations, il est important de mesurer la résistance thermique entre deux bains situés au même endroit car c'est le refroidissement d'un des bains qui est intéressant alors que c'est le second bain qui communique avec la source de froid. C'est le cas de thermomètres qui mesurent la résistivité des électrons alors que les phonons assurent le couplage à l'extérieur.

Pour cela nous donnons le couplage electrons phonons de quelques éléments, métaux ou autres

Cu A.C.Anderson and R.E.Peterson Phys.Lett 38A, 519 (1972)

Les figures suivantes donnent le schéma de l'expérience très subtile utilisée et les atténuations des phonons longitudinaux et transversaux dans le cuivre. On se convaincra que la résistance R2 mesure la température des phonons et R1 celle des électrons. On remarquera la **très faible atténuation des phonons transversaux à toutes températures**. Seuls les phonons longitudinaux ont une longueur d'atténuation qui devient petite à 10K (0.5 mm). Cela signifie que les phonons transversaux hors équilibres peuvent très bien traverser des films métalliques. Les fortes absorptions attendues ne peuvent provenir que des réflexions à la surface associées à un changement de mode des phonons transversaux vers les phonons longitudinaux.

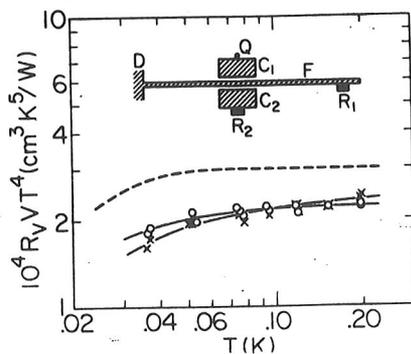


Fig. 1. The electron-phonon thermal resistance R_V , multiplied by V and T^4 to remove the volume and most of the temperature dependence, as a function of temperature for two samples. The broken line represents the theory developed in the text. The insert at the top shows the experimental arrangement. D = dilution refrigerator; Q = heater; C_1 , C_2 = copper blocks polished to optical flatness; R_1 , R_2 = resistance thermometers; F = copper foil samples. Mylar of 6×10^{-4} cm thickness electrically isolated C_1 and C_2 from F; epoxy adhesive was used for bonding.

*Si on retire
rajouter la by
l'avis
l'abandonner
le plus*

Le résultat utile, entre 40 et 200mK est donné par la formule suivante

$$RVT^4 = 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 \text{ K}^5 \text{ W}^{-1}$$

ou V est le volume de l'échantillon en m^3 . On peut aussi écrire

$$P = V \cdot 10^{-9} (T_e^5 - T_p^5)$$

ou P est la puissance dissipée dans les électrons du métal, T_e est la température des électrons et T_p est celle des phonons.

Au-Cu F.C. Wellstood, C. Urbina, and J. Clarke P.R.B 93

Cet article très détaillé donne l'essentiel de la théorie du couplage électrons phonons, avec une très belle expérience de mesure de température par le bruit de Nyquist d'un film d'Au-Cu de 30nm d'épaisseur.

Le résultat est donnée par une expression proche de la précédente:

$$P = (2.4 \pm 0.6) \cdot 10^{-9} V (T_e^5 - T_p^5)$$

P en watt, V en m^3

NTD (Neutron Transmuted Doped Germanium)

De nombreuses expériences, N. Wang et al Phys.Rev B 41, 3761 (1990); E. Aubourg et al J.L.T.P. 93, 289 (1993); J. Soudée et al J.L.T.P. Vol 110 Nos 5/6 1998) ont données pour des dopages $n_a - n_d$ proche de la transition des résistance thermique qui s'écrivent

| | | | |
|----------|---------------------------------|---|---------|
| NTD # 12 | $n_a - n_d = 6.6 \cdot 10^{16}$ | $P = 4 \cdot 10^{-7} V (T_e^6 - T_p^6)$ | N. Wang |
|----------|---------------------------------|---|---------|

| | | | |
|----------|---------------------------------|---|------------|
| NTD # 23 | $n_a - n_d = 7.2 \cdot 10^{16}$ | $P = 6 \cdot 10^{-7} V (T_e^6 - T_p^6)$ | E. Aubourg |
|----------|---------------------------------|---|------------|

| | | | |
|----------|---------------------------------|---|-----------|
| NTD # 23 | $n_a - n_d = 7.2 \cdot 10^{16}$ | $P = 1.1 \cdot 10^{-6} V (T_e^5 - T_p^5)$ | J. Soudée |
|----------|---------------------------------|---|-----------|

Nb-Si près de la transition métal isolant

On trouve (thèse de S. Marnieros CSNSM Orsay 1998) les valeurs suivantes:

$$P = 1.5 \cdot 10^{-8} V(T_c^5 - T_p^5)$$

Tableau numérique récapitulatif

On va indiquer le coefficient g correspondants à la formule $P = Sg(T_{ch}^4 - T_{fr}^4)$ ou P est en Watt et S en cm^2 . On indiquera aussi la gamme de validité de cette formule et son origine. Il faut se reporter à l'article original pour connaître éventuellement le comportement de g en dehors des limites de température indiquées ici, qui sont celles où $R_K T^3$ est constant. Les parenthèses pour le 3ème élément indique que l'expérience se fait par une mesure ou il y a deux interfaces mais avec le même élément en bout de chaîne. On notera que ces valeurs sont parmi les plus élevées.

| chaîne thermique | g ($W\ cm^{-2}\ K^{-4}$) | plage de validité | auteur |
|---|--|-----------------------|--|
| Cu-He ³ dilué | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | 10 - 40mK | O.V.Lounasmaa |
| Cu-Ni He ³ dilué | $1.25 \cdot 10^{-3}$ | 15 - 200mK | idem |
| Cu-He ³ | $4.5 \cdot 10^{-3}$ | 15 - 60mK | Radebaugh |
| • Epibond 100A - He ³ | $8.3 \cdot 10^{-3}$ | 15 - 80 mK | O.V.Lounasmaa |
| • Ag 700 Å - He ³ dilué | $4.5 \cdot 10^{-4}$ > $4.5 \cdot 10^{-4}$ | T > 20 mK T < 20mK | H.Franco ,J.Bossy et H. Godfrin |
| <u>Cu -graisse ou :vernis;epoxy;</u> <u>In (-Cu)</u> | <u>$3.3 \cdot 10^{-2}$</u> | <u>T < 300 mK</u> | <u>A.C.Anderson &</u> <u>R.E.Peterson</u> |
| <u>Cu -epoxy épaisseur variable</u> <u>(-Cu)</u> | <u>$1.7 \cdot 10^{-2}$</u> | <u>T < 50 mK</u> | <u>Matsumoto, Reynolds et</u> <u>Anderson</u> |
| Cu - vernis GE - cristaux dielectriques | $2.5 \cdot 10^{-4}$ | 50mK - 2K | J.P. Harrison |
| Cu -In= graisse Apiezon- Cristaux dielectriques | $1.5 \cdot 10^{-3}$ | 50mK - 2K | idem |
| Rh Fe - saphir | $1.25 \cdot 10^{-2}$ | T < 10K | Swartz & Pohl |
| Rh Fe - quartz | $1.9 \cdot 10^{-2}$ | T < 10K | idem |
| Saphir -Al normal (- saphir) | $2.5 \cdot 10^{-2}$ | T < 1K | S.Sahling et al |
| Saphir - Al supra (- saphir) | idem mais anomalie si ---> | 100 mK < T < 700 mK | |
| Saphir - In (-saphir) | $5-11 \cdot 10^{-3}$ | T < 3K | C.Schmidt et E. Umlauf |

TABLE

Transfert de chaleur par contacts mécaniques non permanents

La littérature n'est pas abondante sur le sujet. Nous donnerons ici une piste basée sur un article très ancien de R. Berman : *Journal of applied, Physics* vol 27 318 April 1956 qui traite des transferts de chaleur à 77K ou 4.2K entre des surfaces de 1cm^2

*Les contacts métalliques Cu - Cu ont une conductivité thermique plus élevée que celle donnée par la relation de Wiedemann Franz. Cela signifie qu'une grande partie de la chaleur passe par des chemins oxydés

*la conductivité thermique dépend de la force appliquée et non pas de la pression

* la conductivité est presque de deux ordres de grandeur supérieure pour des contacts or-or que pour Cu-Cu

La reproductibilité varie avec le temps. A l'évidence les aspects mécaniques sont très importants

Tableau II-15. — VARIATION DE LA CONDUCTANCE THERMIQUE ($\text{W}/^\circ\text{K}$) A 4,2 °K POUR DIFFÉRENTS MATÉRIEAUX EN CONTACT, EN FONCTION DE LA FORCE APPLIQUÉE (35)

| Nature des matériaux | Température à laquelle est établi le contact ($^\circ\text{K}$) | Force appliquée (kg) | | | | |
|---|---|----------------------|---|----------------------|---------------------|---------------------|
| | | 25 | 50 | 75 | 100 | 125 |
| Cuivre-cuivre. | 300 4,2 | $5,5 \cdot 10^{-3}$ | $1,02 \cdot 10^{-2}$ $3,3 \cdot 10^{-3}$ | $1,46 \cdot 10^{-2}$ | $1,9 \cdot 10^{-2}$ | $2,3 \cdot 10^{-2}$ |
| Cône en cuivre-embase cuivre | 4,2 | $1,75 \cdot 10^{-3}$ | $3 \cdot 10^{-3}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ | $4,9 \cdot 10^{-3}$ | |
| Cuivre — 0,3 mm Teflon-cuivre | 300 | $1,8 \cdot 10^{-3}$ | $3,2 \cdot 10^{-3}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ | $4,6 \cdot 10^{-3}$ | $5 \cdot 10^{-3}$ |
| 25 μ . Acier—inox. Al_2O_3 — 25 μ . Acier inox | 300 | $2,2 \cdot 10^{-4}$ | $4 \cdot 10^{-4}$ | $5,1 \cdot 10^{-4}$ | $5,3 \cdot 10^{-4}$ | |

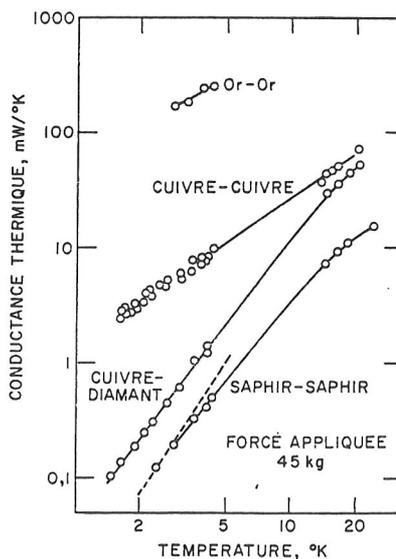


FIG. 2-10. — Variation de la conductance thermique avec la température pour une force appliquée de 45 kg (36).

II) Eléments de théorie

Dans toute approche d'un système, on va étudier :

l'état fondamental d'énergie minimum,
les excitations

le peuplement statistique, ou nombre d'excitations présentes à température T et enfin la propagation de l'énergie quand on perturbe le système.

1) Transfert de chaleur dans des solides

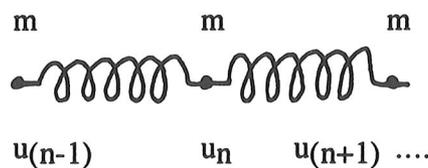
Le premier système auquel on s'intéresse est un solide pour lequel on va examiner les déplacements élastiques des atomes qui le constituent. Le mouvement quantifié de ces atomes est un phonon, dont nous allons donner une image simplifiée.

Phonons

La caractéristique d'un solide est que les forces d'attractions y sont suffisamment fortes pour maintenir la cohésion des atomes entre eux jusqu'à une température où l'énergie cinétique de vibration devienne supérieure à cette énergie de cohésion (il y a souvent des phénomènes précurseurs comme l'augmentation du nombre de lacunes présents avant la fusion).

On peut représenter un solide comme une assemblée de boules de masse m retenue entre elles par des ressorts. On va étudier le problème dans un cas simple de chaîne linéaire d'objets identiques, qui va nous montrer l'essentiel des concepts.

Soit une chaîne de masses m reliées entre elle par des ressorts (forces élastiques limitées au premiers voisins).



Ecrivons $F = m \frac{d^2 u}{dt^2}$ pour chaque atome.

Si la force de rappel élastique est $C\{u(n+1) - u(n)\}$ entre l'atome $u(n+1)$ et $u(n)$, on pourra écrire

$$m \frac{d^2 u_n}{dt^2} = C[(u_{n+1} - u_n) - (u_n - u_{n-1})]$$

$$m \frac{d^2 u_n}{dt^2} = C [u_{n+1} - 2 u_n + u_{n-1}]$$

On peut montrer de façon très générale que ce type d'équation admet des développements en "ondes progressives".

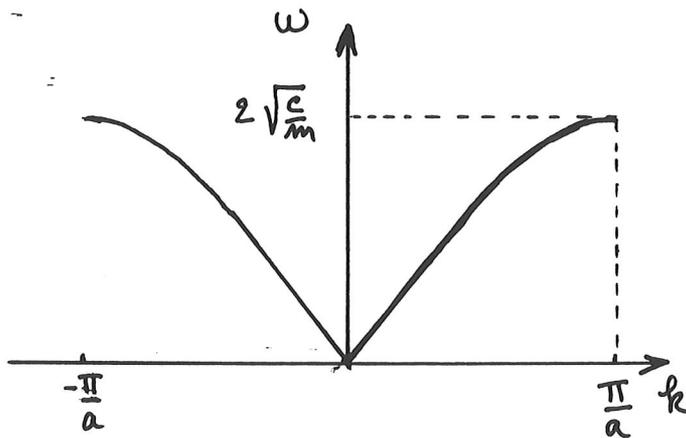
$u_n = A \exp [i(qx + \omega t)]$ avec $x = n a$, position moyenne de l'atome n

$$- m\omega^2 u_n = C u_n [e^{iqa} + e^{-iqa} - 2]$$

$$m\omega^2 = 2C [1 - \cos qa] = 4C \sin^2 \frac{qa}{2}$$

d'où la **courbe de dispersion** donnant ω en fonction de q vecteur d'onde.

$$\omega = 2\sqrt{\frac{C}{m}} \left| \sin \frac{qa}{2} \right| \quad (a)$$



Pour $qa \ll 1$ on aura $\sin \frac{qa}{2} \approx \frac{qa}{2}$

d'où
$$\omega = \sqrt{\frac{C}{m}} qa$$

Si on se souvient que $q = \frac{2\pi}{\lambda}$ ou λ est une longueur d'onde, la vitesse de propagation de

l'onde $v_s = \lambda \nu = \lambda \frac{\omega}{2\pi}$ est donnée par

$$v_s = a \sqrt{\frac{C}{m}} \quad (b)$$

C'est la vitesse du son.

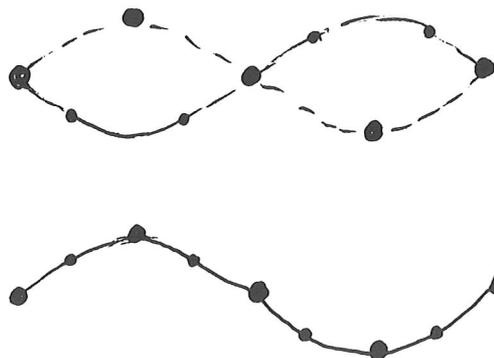
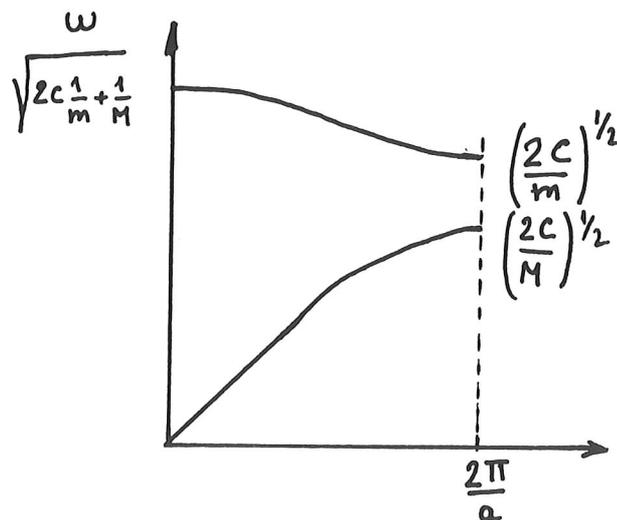
Calculons l'ordre de grandeur des fréquences maximum de phonons. En prenant $v_s = 5 \cdot 10^5 \text{ cms}^{-1}$

Calculons l'ordre de grandeur des fréquences maximum de phonons. En prenant $v_s = 5 \cdot 10^5 \text{ cm s}^{-1}$ et $a = 3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$, on trouve en combinant (a) et (b) la valeur suivante:

$$v_{\text{max}} = 5 \cdot 10^{12}$$

Si on introduit 2 types d'atomes de masse m et M les solutions se compliquent un peu. La périodicité est maintenant $2a$. On trouve une 2ème branche dite branche optique.

Dans le mode acoustique les atomes vibrent en phase, dans le mode optique les atomes vibrent en opposition de phase. Il y a une zone interdite d'énergie (gap) dans le système.



mode optique

(onde transverse)

mode acoustique

Quantification

On va chercher maintenant les valeurs de q permises pour la chaîne simple. On impose des conditions aux limites, par exemple la vibration est la même aux deux bouts de la chaîne

S'il y a $N+1$ atomes sur la chaîne il faut $u_0 = u_N$ soit $Nqa = m\pi$

Les valeurs permises pour q sont $q = \frac{m\pi}{Na}$ avec $m = 0$ à N

La vibration de la chaîne linéaire est une superposition de tous ces modes de vibration.

A chaque q permis il y a une énergie correspondante donnée par la courbe de dispersion.

A chacune de ces énergies on attribue une "excitation" ou mode de vibration dénommée phonon.

Plus exactement la théorie quantique nous donne comme énergie $E = (p_r + \frac{1}{2})h\omega$

p_r étant le nombre de phonons pour un mode donné. Ce nombre de phonons est déterminé l'équilibre thermique par la **statistique de Bose-Einstein**.

$$p(\omega T) = \left[\exp \frac{h\omega}{kT} - 1 \right]^{-1}$$

Plus T est grand, plus il y a de phonons dans un mode.

Ces vibrations quantifiées vont permettre de rendre compte

- * de la chaleur spécifique du réseau
- * de la transmission de la chaleur (conductivité thermique)

Trois dimensions

Les arguments restent sensiblement les mêmes. Pour p atomes par maille élémentaire

- * La relation de dispersion aura 3 branches acoustiques (2 transverses et 1 longitudinale) et $3p-3$ branches optiques
- * Les courbes de dispersion dépendent de la direction de propagation (anisotropie)
- * Les phonons sont des ondes élastiques. Il y a une onde longitudinale et 2 ondes transversales.
- * Ils vont parcourir une certaine longueur l sans interagir : pour des substances très pures il y a un libre parcours moyen très court pour les phonons optiques, plus long pour les phonons acoustiques dont le temps de vie augmente quand leur fréquence diminue. ($\tau^{-1} \propto \nu^4$ ou ν^5)

Il y a une grande analogie entre le phonon de l'onde acoustique et le photon d'une onde électromagnétique. Les aspects cohérents (mais à grand nombre de particules) sont les ultrasons; toutefois l'atténuation est grande pour beaucoup de phonons (et ultrasons) et la réflexion n'est que rarement aussi bonne que la réflexion d'une onde électromagnétique. On peut générer avec des transducteurs (quartz ou niobate de Lithium) des ultrasons de plusieurs dizaines de GHz, et pour des

fréquences plus élevées on utilise l'émission de jonctions supraconductrices. Les modes optiques seront excités par des faisceaux lasers, on a étudié ainsi leur temps de vie qui est très court.

Comment calculer la distribution des phonons à température T ??

Le vecteur q est maintenant à 3 dimensions. Après un calcul de normalisation du nombre total de mode qui doit être égal à $3N$, N étant le nombre d'atome contenu dans le volume V de matière, on trouve que le nombre d'états possible du système entre la fréquence ω et $\omega+d\omega$ est donné par:

$$\rho(\omega)d\omega = \frac{3V\omega^2 d\omega}{2\pi^2 v^3 \hbar^3}$$

ou V est le volume du système, v la vitesse du son supposée unique (sinon il faut remplacer $3/v^3$ par $1/v_1^3 + 1/v_2^3 + 1/v_3^3$).

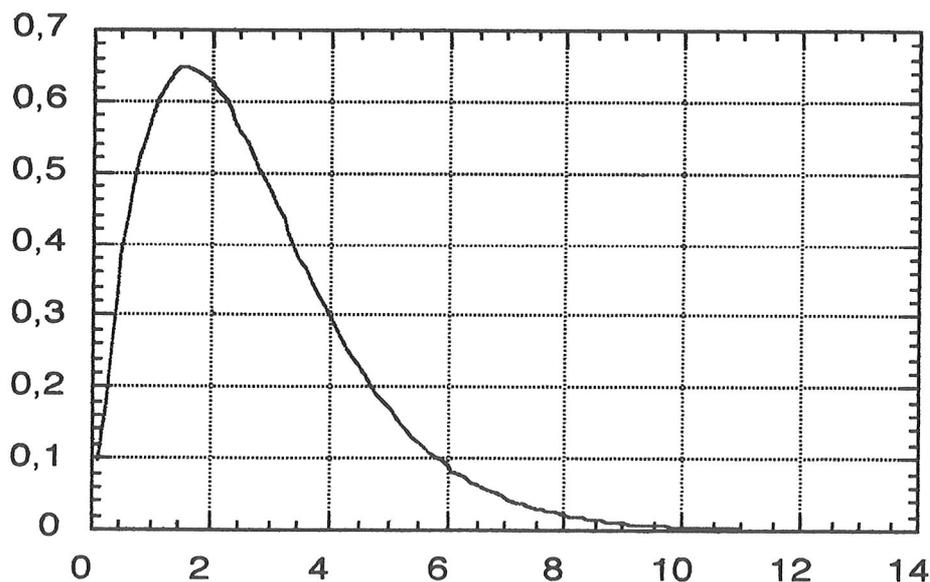
Le taux d'occupation à température T , $p(\omega T)$ est donné par la statistique de Bose-Einstein

$$p(\omega T) = \left[\exp \frac{\hbar\omega}{kT} - 1 \right]^{-1}$$

Le nombre de phonons à l'équilibre thermique entre ω et $\omega+d\omega$

$$\text{s'écrit} \quad n(\omega T) d\omega = p(\omega T) \rho(\omega) d\omega \quad (1)$$

$n(\omega T)$ est représenté par la courbe classique, identique à celle du corps noir, avec un maximum pour $\omega = 1.5 \frac{kT}{\hbar}$ et une pente à l'origine proportionnelle à T



$$\text{Courbe universelle } n(\omega T) \frac{2\pi^2 \hbar^5 k^2 T^2}{3V} = f\left(\frac{kT}{\hbar}\right)$$

Pour calculer la chaleur spécifique a basse température on écrit.

$$E = \int_0^{\omega_{max}} h\omega p(\omega T) \rho(\omega) d\omega$$

Il apparait une intégrale de type $\int (h\omega)^2 \frac{1}{\exp\frac{h\omega}{kT} - 1} h\omega \times d h\omega$ En faisant un changement de

variable $u = \frac{h\omega}{kT}$ l'intégrale devient $E \propto T^4 \int_0^{\infty} \frac{u^3}{\exp u - 1} du$

(on a étendu la limite supérieure à l'infini, ce qui est légitime à cause de l'exponentielle)

Il vient
$$C = \frac{\partial E}{\partial T} \propto T^3$$

Le calcul , dans l'hypothèse d'un solide de Debye donne

$$C = \frac{12\pi^4}{5} \left(\frac{T}{T_D} \right)^3 nR$$

C est la chaleur spécifique molaire, R la constante des gaz parfaits et n est le nombre d'atome par molécule. Ceci définit la température de Debye T_D

Calcul de la conductibilité thermique due aux phonons.

La théorie cinétique montre que si on calcule la puissance thermique à travers une surface unité

$$\dot{Q} = K \frac{dT}{dx} \quad \text{ou } K \text{ est la conductibilité}$$

K s'exprime par

$$K = \frac{1}{3} C v l$$

C capacité calorique par unité de volume

v vitesse moyenne des phonons

l libre parcours moyen

En général v et l ne dépendent plus de la température à basse température car l est déterminé soit par les dimensions géométriques, soit par les défauts résiduels. La conductibilité est alors $K \propto T^3$

A plus haute température les phonons interagissent entre eux par processus umklapp (processus à 3 phonons).

On observe un maximum de conductibilité dans un solide entre ces deux régimes.

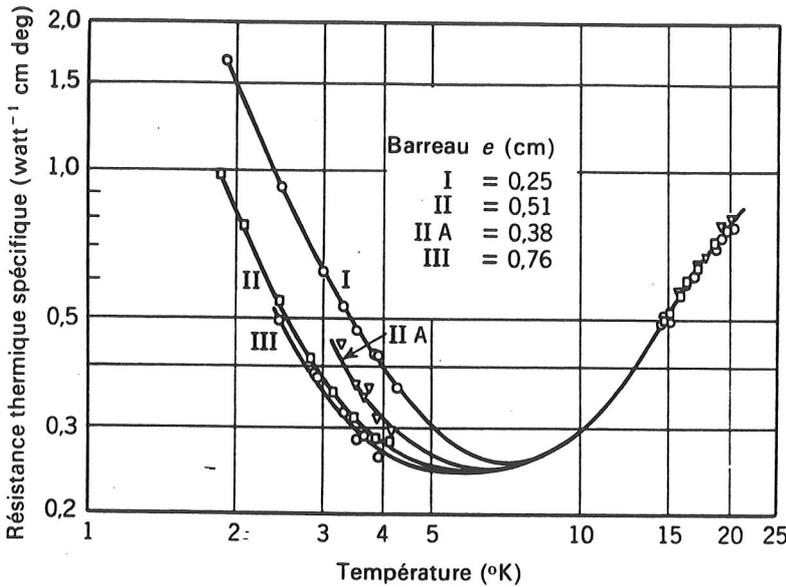


Figure 21 Résistivité thermique d'un monocristal de chlorure de potassium, mesurée par Biermasz et de Haas. Au-dessous de 5 °K la résistivité est fonction de l'épaisseur du cristal e , car le libre parcours moyen des phonons est déterminé par les dimensions du cristal. L'augmentation de la résistivité thermique aux basses températures est due à la baisse de la capacité calorifique du réseau : l'augmentation de la résistivité pour $T > 10$ °K est due à l'instauration exponentielle des processus umklapp.

Electrons

Pour un métal non supraconducteur les propriétés vont dépendre essentiellement du gaz d'électrons très dense qui s'y trouve. On peut assimiler ce gaz à un gaz de Fermions dont on rappellera brièvement les propriétés. On classe les électrons suivant les vecteurs k croissants.

A $T=0$ tous les états jusqu'à k_F sont occupés par 2 électrons.

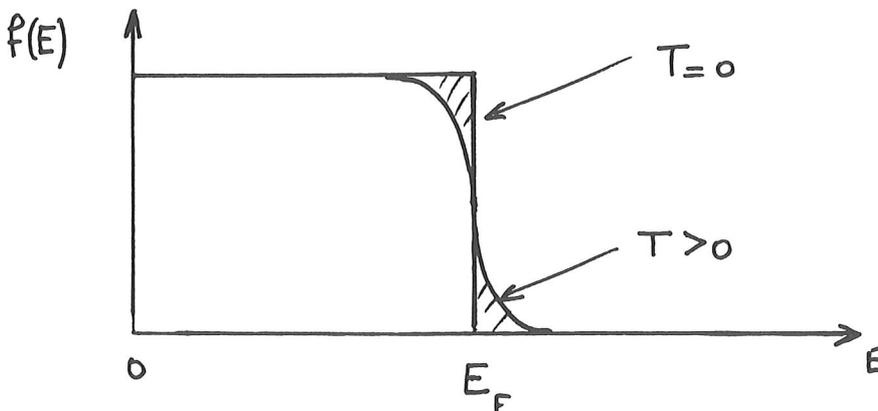
S'il y a N électrons dans le volume V , on doit avoir $k_F^3 = 3\pi^2 \frac{N}{V}$

Ceci définit k_F et par identification $\frac{1}{2} \hbar^2 k_F^2 = E_F = \frac{1}{2} m v_F^2 = k_B T_F$

l'énergie, la vitesse et la température de Fermi

Quand on s'éloigne du zéro absolu la distribution s'élargie autour de E_F suivant la statistique de Fermi-Dirac.

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}$$



La densité d'état est en $E^{\frac{3}{2}}$. avec la distribution de Dirac cela conduit à

$$C = \frac{1}{2} \pi^2 N k_B \frac{T}{T_F}$$

La chaleur spécifique électronique est linéaire en T.

Un métal aura une chaleur spécifique de forme $C = \alpha T^3 + \beta T$

A basse température, seule le terme en T subsiste, les interactions avec les phonons deviennent négligeable, v et l sont constant.

$$K = \frac{1}{3} C v l \text{ et } l = v_F \tau.$$

d'ou

$$K \propto T$$

Quand la température croit, K augmente puis l'interaction avec les phonons de plus en plus nombreux augmente. K passe par un maximum puis décroît avec T.

d'après SZE'

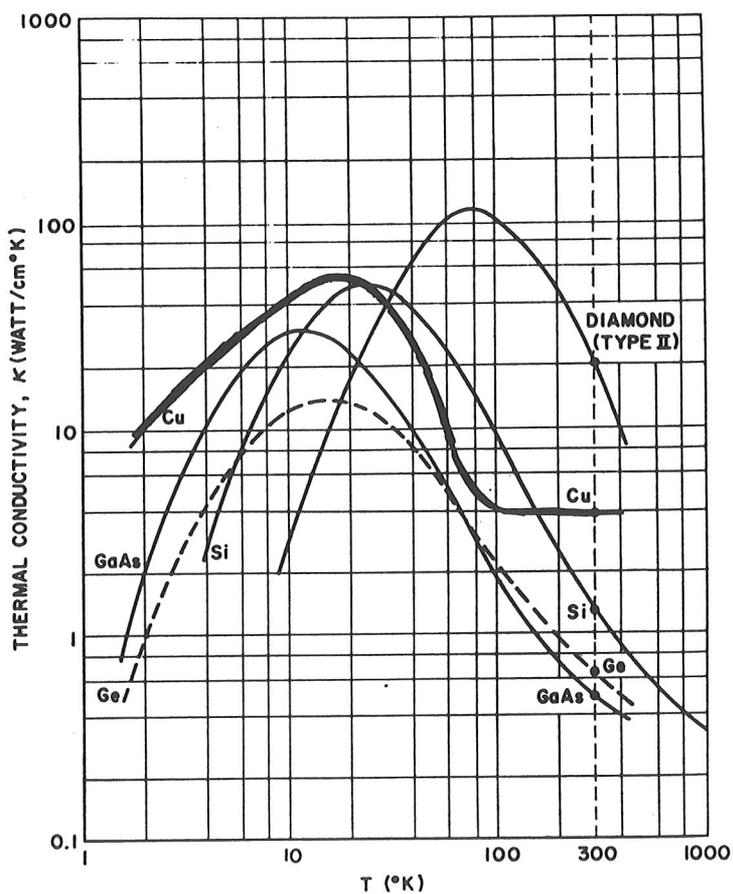


Fig. 28 Measured thermal conductivity vs. temperature for pure Ge, Si, GaAs, Cu, and diamond type II. The thermal conductivity is lower than indicated here for samples with high impurity concentrations. (After Carruthers et al., Ref. 57; Holland, Ref. 58, 59; White, Ref. 60; and Berman et al., Ref. 61.)

Interaction électron phonon

Le calcul de l'interaction électron phonon est assez compliqué. Nous en donnerons seulement le résultat global: aux températures d'observation, le "bain" des électrons est très bien couplé aux phonons :

On peut représenter ce couplage par une résistance thermique.

Cette résistance thermique est en général négligeable devant la résistance de surface sauf aux très basses températures et/ou pour des volumes très petits. Nous renvoyons nos lecteurs aux exemples donnés dans la première partie.

Cas des supraconducteurs

On peut se représenter un supraconducteur comme un système à 2 bains d'électrons.

Le bain des électrons supraconducteur ne participe pas au transport thermique, seule la partie "normale" assure ce transport. De la température de la transition au zéro absolu la densité d'électron "normaux" décroît exponentiellement avec l'énergie du gap. A basse température on a un solide conducteur de l'électricité mais dont la conductibilité thermique est celle de ses phonons (en T^3).

Dans l'état métallique normal à basse température la conductibilité thermique est en T comme la chaleur spécifique.

Ce cas est particulièrement intéressant pour l'étude de la résistance de Kapitza car on pourra faire changer l'état du solide en appliquant un champ magnétique suffisamment fort pour détruire l'état supraconducteur, et ainsi distinguer l'effet des électrons de celui des phonons.

Dans l'état supraconducteur on ne distingue pas les mécanismes de transfert de chaleur de ceux existants dans les solides isolants.

2) Transfert de chaleur dans les liquides quantiques

Propriétés de l'He⁴

L'atome d'He⁴ est neutre, léger, de spin nul.

L'énergie potentielle entre 2 atomes d'He est donc petite, elle est due à l'attraction de Van der Waals.

L'énergie cinétique d'un atome d'He confiné sur une dimension R est par application du principe

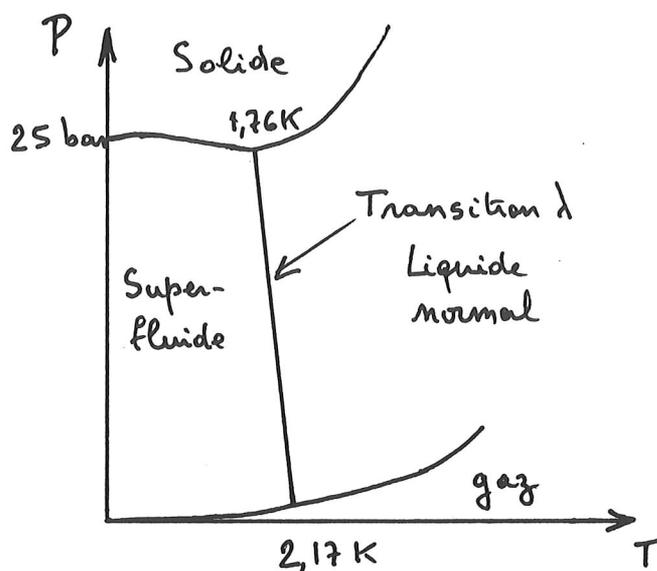
d'incertitude de l'ordre de $E_c = \frac{p^2}{2m} \approx \frac{h^2}{2mR^2}$

Le rapport $\frac{E_c}{E_p}$ est assez grand. En refroidissant l'He, on obtient un liquide de faible densité, peu

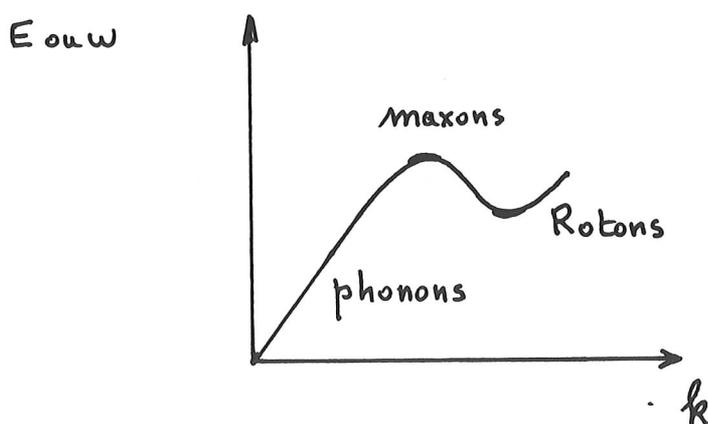
compacte (à $P = 0$ V molaire = $27,58 \text{ cm}^3$ à comparer avec V molaire = $7 \text{ à } 10 \text{ cm}^3$ pour Fe ou du Cu)

Une autre propriété de l'He est son caractère de boson. Une transition superfluide appelée λ est due à la forme de la chaleur spécifique.

Il faut 25 bars pour le solidifier.



De la même façon que pour un solide il existe une relation de dispersion pour He^4 liquide. Elle a été mesurée (après prédiction par L. Landau) par diffusion inélastique de neutron.



- La partie linéaire est due aux ondes de compression longitudinale ou phonons. Elle est responsable de la chaleur spécifique en T^3 observée à basse température ainsi que la conductibilité décroissante à très basse température. On remarquera la vitesse du son particulièrement faible. (240 m s^{-1}). Ce fait jouera un rôle important à l'interface.

- L'image des rotons est un tourbillon analogue à un rond de fumée mais de taille atomique. Un tel objet pour des raisons de conservation de l'énergie et du moment cinétique ne peut se thermaliser en 2 phonons. Son mode de décroissance est la rencontre avec une surface libre ou il émettra (évaporer) un atome d'He.

Il existe enfin d'autres "pseudo excitation" dans le liquide qui sont les lignes de vortex, lignes autour desquelles existe une rotation quantifiée du superfluide. Elles se fabriquent spontanément quand on prépare le bain superfluide par pompage.

Les seules excitations qui vous intéresseront dans ce qui suit sont les phonons, principaux ingrédients de la chaleur spécifique et du transfert d'énergie d'un solide vers le bain.

Dernier point d'une grande importance: En présence d'une surface, l' He^4 se piège avec 1 à 2 monocouches, quasi solide. Cette couche joue un rôle crucial pour de nombreux problèmes d'interfaces. En présence de dilué, c'est **toujours** l' He^4 qui est en contact avec la paroi He^3

Les propriétés de He^3 sont celles d'un liquide de Fermi neutre. A basse température, il aura la propriété d'avoir une chaleur spécifique linéaire en T et une conductibilité en T^{-1} car les interactions entre quasiparticules diminuent avec la température. Sa conductibilité thermique est néanmoins toujours faible et de ce fait il peut présenter des gradients importants le long d'une colonne liquide si des précautions de contact avec des métaux de grande surface ne sont pas prises. Nous renvoyons aux ouvrages spécialisés pour plus de détails.

3) Transfert de chaleur à l'interface Solide - He liquide / Solide - Solide

Le problème posé maintenant est celui de la transmission de chaleur Q du solide au liquide. Le fait physique toujours observé est une distribution de température avec un saut à la surface.

Nous avons donc un milieu solide, où la chaleur se propage sous forme de phonons, longitudinal et transversaux. Remarquons de suite que les vitesses de ces phonons sont très différentes pour les liquides quantiques.

On dénote la résistance de Kapitza par R_k , h_k conductance est son inverse.

Nous allons présenter quelques éléments de calcul de cette résistance dans 2 cas particuliers.

- (1) La désimpédance acoustique (mismatch theory)
- (2) La désimpédance acoustique avec diffusion (diffuse mismatch theory)

La première suppose une interface "optique†", la seconde que tous les phonons arrivant sur une surface soient diffusés. La réalité, comme nous le verrons plus tard est entre les 2 !!

Comment "calculer" la chaleur transmise par une différence de températures entre le solide et le liquide.

Appelons α la probabilité pour qu'un phonon incident sur la surface S traverse cette interface. Supposons aussi α indépendant de T . Il reste une dépendance en ω , θ et j , mode de phonon.

Ce faisant nous interdisons les interactions anharmoniques. L' avantage de la méthode est de ne nécessiter que le calcul des phonons du solide.

Quant $T_2 = T_1$, il n'y a aucune transmission de chaleur.

Il suffit alors de calculer

$$h_k = \frac{Q_{1 \rightarrow 2}(T_1) - Q_{1 \rightarrow 2}(T_2)}{S(T_1 - T_2)}$$

On peut écrire

$$\frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{A} = \frac{1}{2} \sum_j \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\omega_{\max}} N_{ij}(\omega, T) \hbar \omega c_{ij} \alpha_{1 \rightarrow 2}(\theta, j\omega) \cos \theta \sin \theta d\theta$$

Le problème est résolu en principe si les α sont connus !!

Modèle a) : on suppose que l'interface est régit par les lois de l'elasticité

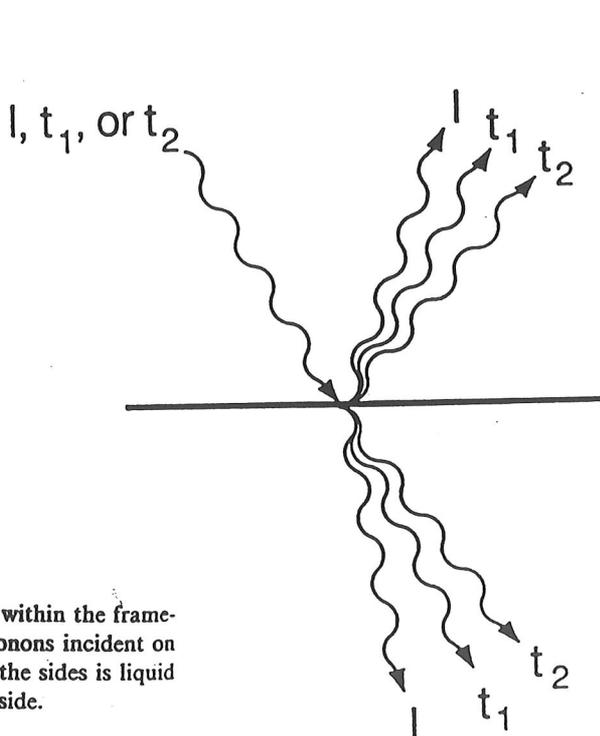


FIG. 12. Schematic of the many possibilities within the framework of the acoustic mismatch model for phonons incident on an interface. The picture simplifies if one of the sides is liquid helium; there are no transverse modes on that side.

Si on décrit l'impédance acoustique $Z_i = c_i \rho_i$ ou c_i est la vitesse de propagation dans le milieu ρ_i est densité de ce milieu, la théorie de l'élasticité donne

$$\alpha_{1 \rightarrow 2} = 4Z_1 Z_2 / (Z_1 + Z_2)^2$$

En supposant que le solide est représenté par un solide de Debye isotrope, on aura

$$N_{1,j}^{\text{Debye}}(\omega, T) d\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{2\pi^2 c_{1,j}^3 [\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1]}$$

With

$$\Gamma_{1,j} = \int_0^{\pi/2} \alpha_{1 \rightarrow 2}(\theta, j) \cos\theta \sin\theta d\theta, \quad (2.10)$$

Eqs. (2.7) and (2.8) can be rewritten as

$$h_{\text{Bd}} = \frac{1}{2} \sum_j c_{1,j} \Gamma_{1,j} \int_0^{\omega_1^{\text{Debye}}} \hbar\omega \frac{dN_{1,j}(\omega, T)}{dT} d\omega. \quad (2.11)$$

A basse température l'approximation consistant à étendre la borne supérieure de l'intégrale à l'infini est valable. On trouve alors:

$$\begin{aligned} R_{\text{Bd}} &= \left[\frac{\pi^2 k_B^4}{15 \hbar^3} \left[\sum_j c_{1,j}^{-2} \Gamma_{1,j} \right] \right]^{-1} T^{-3} \\ &= \left[2.04 \times 10^{10} \left[\sum_j c_{1,j}^{-2} \Gamma_{1,j} \right] \right]^{-1} \\ &\quad \times T^{-3} \left[\frac{\text{sec}^2}{\text{cm}^2} \text{K}^3 \frac{\text{K}}{\text{W/cm}^2} \right]. \end{aligned}$$

Les Γ ont été calculés numériquement et publiés sous forme de tables (J.Cheeke, H. Ettinger et B. Hébral) Can.J.Phys.54, 1749 (1976)

Je ne résiste pas à l'idée d'ajouter une phrase sybilline (pleine de sens!) extraite de l'article de Swartz et Pohl d'ou cette analyse est entièrement extraite

R_{Bd} can be approximated as $(\frac{1}{4} C c \alpha)^{-1}$, where C is the Debye specific heat, c is the Debye phonon velocity, and α is an appropriately averaged transmission probability.

b) désadaptation diffuse:

L'hypothèse de base du cas précédent est qu'il n'y a aucune diffusion à l'interface. Il est connu qu'il y a de la diffusion pour des phonons de haute fréquence (>100 GHz), sauf si le cristal est clivé in situ. Ces nouveaux canaux de passage de l'énergie diminuent la résistance de Kapitza observée. On conçoit bien que l'on tende vers le cas précédent quand la température devient très basse et que la longueur d'onde des phonons augmentent. Nous renvoyons nos lecteurs vers le même article cité précédemment et donnons ici les éléments d'appréciation et les résultats numériques pour quelques interfaces

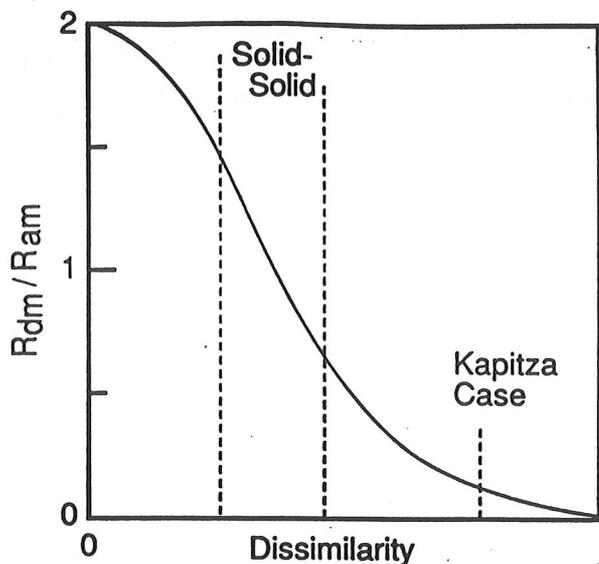


FIG. 14. Plot of the ratio of the diffuse mismatch model thermal boundary resistance to the acoustic mismatch model thermal boundary resistance vs the "amount of mismatch." The horizontal scale is qualitative and has arbitrary units; see text. The leftmost dotted line exemplifies a solid-solid boundary with relatively little dissimilarity, such as aluminum on quartz, the middle dotted line exemplifies a solid-solid boundary with large dissimilarity, such as platinum on quartz, and the rightmost dotted line marks the beginning of the region of extremely large dissimilarity, as found in the Kapitza (liquid helium-to-solid) case. The plot serves to summarize qualitatively the results of several calculations, including those in Table II. From Swartz (1987).

In the low-temperature limit, the thermal boundary resistance in the limit of diffuse mismatch can therefore be written as

$$R_{dm} = \left[\frac{\pi^2 k_B^4}{15 \hbar^3} \frac{1}{2} \frac{\left[\sum_j c_{i,j}^{-2} \right] \left[\sum_j c_{3-i,j}^{-2} \right]}{\sum_{i,j} c_{i,j}^{-2}} \right]^{-1} T^{-3}$$

$$= \left[1.02 \times 10^{10} \frac{\left[\sum_j c_{i,j}^{-2} \right] \left[\sum_j c_{3-i,j}^{-2} \right]}{\sum_{i,j} c_{i,j}^{-2}} \right]^{-1}$$

$$\times T^{-3} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} \text{K}^3 \frac{\text{K}}{\text{W/cm}^2} \right]. \quad (2.21)$$

This is the direct analog of Eq. (2.12).

The ratio of the diffuse thermal boundary resistance R_{dm} to the acoustic thermal boundary resistance R_{am} is (in the low-temperature limit)

$$\frac{R_{dm}}{R_{am}} = 2 \frac{\left[\sum_j c_{i,j}^{-2} \Gamma_{i,j} \right] \left[\sum_{i,j} c_{i,j}^{-2} \right]}{\left[\sum_j c_{i,j}^{-2} \right] \left[\sum_j c_{3-i,j}^{-2} \right]}. \quad (2.22)$$

This relationship was qualitatively shown in Fig. 14. A

TABLE I. Mass densities and speeds of sound of several materials. These are required for calculating the thermal boundary resistances in Table II. The properties of rhodium are from Walker *et al.* (1981). The properties of helium are from Folsbee and Anderson (1974). The properties of all of the other materials can be found in Simmons and Wang (1971). L - and S -denote liquid and solid, respectively, svp denotes saturated vapor pressure, and atm denotes atmospheres of pressure.

| Material | Density (g/cm ³) | c_L (10 ⁵ cm/sec) | c_T (10 ⁵ cm/sec) |
|--------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Aluminum | 2.70 | 6.24 | 3.04 |
| Chromium | 7.19 | 6.98 | 4.10 |
| Copper | 8.96 | 4.91 | 2.50 |
| Gold | 19.3 | 3.39 | 1.29 |
| Indium | 7.47 | 2.699 | .905 |
| Magnesium | 1.7752 | 5.940 | 3.298 |
| Lead | 11.59 | 2.35 | .97 |
| Nickel | 8.81 | 5.63 | 2.96 |
| Platinum | 21.62 | 4.174 | 1.750 |
| Rhodium | 12.4 | 5.83 | 3.96 |
| Silver | 10.63 | 3.78 | 1.74 |
| Tungsten | 19.320 | 5.248 | 2.908 |
| Sapphire | 3.97 | 10.89 | 6.45 |
| Quartz | 2.66 | 6.09 | 4.10 |
| Silicon | 2.33 | 8.970 | 5.332 |
| Diamond | 3.512 | 17.50 | 12.80 |
| Calcite | 2.717 | 6.75 | 3.48 |
| CaF ₂ | 3.217 | 6.92 | 3.69 |
| L - ⁴ He (svp) | 0.145 | 0.238 | |
| S - ⁴ He (38 atm) | 0.198 | 0.540 | 0.250 |
| L - ³ He (svp) | 0.082 | 0.194 | |
| L - ³ He (27 atm) | 0.114 | 0.390 | |
| S - ³ He (38 atm) | 0.128 | 0.580 | 0.210 |

TABLE II. Calculated low-temperature acoustic mismatch model thermal boundary resistances and low-temperature diffuse mismatch model thermal boundary resistances for several interfaces. The numbers reported are $R_{Bd}T^3$ with units $K^4/(W/cm^2)$. The materials are assumed to be isotropic Debye solids with the properties given in Table I. Note that the range of values is very limited, especially for a given substrate. Note also that, for solid-solid interfaces, there is very little difference between the predictions of the two models, and that the diffuse mismatch model prediction can lie either above or below the acoustic mismatch prediction. The acoustic mismatch values were calculated using the tables of Cheeke, Ettinger, and Hebral (1976). The diffuse mismatch values were calculated using Eq. (2.21). The asterisks mark interfaces studied by Swartz and Pohl using techniques described in Sec. IV. B. 4. From Swartz and Pohl (1987). See Figs. 1 and 2 for the values of the Kapitza resistances to copper.

| | Sapphire | | Quartz | | Silicon | | | |
|----------|----------|-----|---------|------|------------------|------|------|------|
| | AMM | DMM | AMM | DMM | AMM | DMM | | |
| Aluminum | 21.0 | * | 21.4 | 6.50 | * | 10.8 | 11.8 | 15.9 |
| Chromium | 18.5 | | 24.4 | 9.77 | | 13.8 | 14.5 | 18.9 |
| Copper | 18.5 | | 20.1 | 8.66 | | 9.43 | 14.3 | 14.6 |
| Gold | 18.9 | * | 18.1 | 8.12 | | 7.48 | 15.8 | 12.6 |
| Indium | 20.4 | | 17.7 | 7.19 | | 7.10 | 12.1 | 12.2 |
| Lead | 18.8 | | 17.8 | 7.67 | | 7.14 | 12.8 | 12.3 |
| Nickel | 19.7 | | 21.1 | 9.32 | | 10.5 | 15.5 | 15.6 |
| Platinum | 20.8 | | 18.7 | 13.0 | | 8.10 | 21.3 | 13.2 |
| Rhodium | 20.8 | * | 23.6 | 13.0 | * | 13.0 | 19.2 | 18.1 |
| Silver | 18.2 | | 18.7 | 8.66 | | 8.06 | 13.8 | 13.2 |
| | Diamond | | Calcite | | CaF ₂ | | | |
| | AMM | DMM | AMM | DMM | AMM | DMM | | |
| Aluminum | 78.0 | | 67.4 | 5.19 | | 9.29 | 6.06 | 9.89 |
| Chromium | 60.0 | | 70.4 | 8.33 | | 12.3 | 8.24 | 12.9 |
| Copper | 61.3 | | 66.1 | 6.77 | | 7.95 | 6.94 | 8.56 |
| Gold | 60.3 | | 64.1 | 7.98 | | 6.00 | 7.70 | 6.60 |
| Indium | 88.0 | | 63.7 | 5.51 | | 5.62 | 6.26 | 6.22 |
| Lead | 75.0 | | 63.8 | 5.85 | | 5.67 | 6.34 | 6.27 |
| Nickel | 61.3 | | 67.1 | 8.40 | | 9.01 | 8.47 | 9.62 |
| Platinum | 60.5 | | 64.7 | 9.31 | | 6.62 | 9.39 | 7.22 |
| Rhodium | 62.0 | | 69.6 | 10.9 | | 11.5 | 10.2 | 12.1 |
| Silver | 61.5 | | 64.7 | 6.51 | | 6.58 | 6.71 | 7.19 |

III) Conclusion et bibliographie

Au dessous de .1K, et spécialement pour une interface solide- solide,sauf cas très particulier (par exemple de couplage magnétique , tel qu'en produit à ultrabasse température l'He³), on peut appliquer le modèle acoustique dans les échanges thermiques.Il faut néanmoins se méfier des interfaces à base de colles ou de plastiques qui ont des spectres d'absorption étendus mêmes à froid et vont fabriquer des filtresà phonons particuliers.Toutefois si la longueur d'onde dominante est < à l'épaisseur, au moins la composante longitudinale devrait se comporter de façon classique. Remarquons que nous avons essayé de traiter des situations d'équilibre.Ce n'est pas du tout le cas pour le gaz de phonon engendré par un choc de particule ou on a affaire à des phonons hors d'équilibre.

Bibliographie sommaire

- *** O.V. Lounasmaa
Experimental Principles and Methods below 1K Academic Press

Articles de revue sur la résistance de Kapitza

- *** E.T Swartz and R.O. Pohl
Thermal boundary resistance Rev Mod. Phys vol 61 No 3 July 1989
Très complet , le plus récent

- ** J.P. Harrison
Heat transfert between Liquid Helium and solids below 100 mK
Journal of Low Temp Phys Vol 37 No 5/6 (1979)
Bien détaillé pour les plus basses températures

- ** T.H.K. Frederking
Thermal Transport phenomena at liquid He II Temperatures
Chem. Eng. Progress Symposium Series (1968) Vol 54 No 87
Contient des données pour les situations de fort chauffage

Thèses

- *** P.Pari Thèse CNAM, complement : Les résistances thermiques à très basses températures $T < 1K$
Très bien documenté, références intéressantes

Wilkes , Kenneth

Transmission across the interface between Liquid He II and metal in the superconducting normal state

Ohio State University PhD 1978 UMI Dissertation Service

Boucheffa

Mise au point d'un dispositif de mesure de résistance de Kapitza: Application à différents Nio pour cavités supraconductrices Orsay 1994