

4^e Ecole d'Automne

Détection de rayonnements à très basse température

Balaruc les Bains du 14 au 20 novembre 1999

Physique et techniques des basses températures
détecteurs cryogéniques, acquisition et traitement des signaux.

« ISOLANTS D'ANDERSON »

Louis DUMOULIN

DRTBT1999-07.

INTRODUCTION

Les thermomètres les plus couramment utilisés à très basse température sont constitués de matériaux dont la résistivité diverge lorsque $T \rightarrow 0$. Ce sont donc des isolants.

Y-a-t-il une physique commune à des matériaux aussi différents que les semi-conducteurs monocristallins dopés (Ge, NTD ⁽¹⁾, Si implanté en B ou P), les mélanges amorphes métal-semiconducteur (AuGe, NbSi...), les oxydes plus ou moins stochiométriques (oxyde de Ru), les métaux granulaires (Al/Al₂O₃) ? Tous ont en commun de présenter un désordre structural et d'être très proches de l'état métallique. Ils relèvent de la problématique de la transition métal-isolant (TMI) de Mott-Anderson qui a été présentée à la première école de la série (Aussois 1991). Nous nous attacherons ici à dégager leurs propriétés communes, notamment celles qui sont importantes pour les applications qui nous intéressent, la thermométrie et la bolométrie à très basse température.

Après quelques rappels sur la TMI, nous présenterons les propriétés de transport des isolants d'Anderson, les effets du champ électrique et de la puissance de polarisation et enfin quelques aspects de la chaleur spécifique.

I - La transition Métal-Isolant de Mott-Anderson

A - Structure de bande des solides, conductivité métallique

Lorsqu'on rapproche des atomes isolés pour en faire un cristal, les niveaux atomiques donnent des bandes qui sont un «quasicontinuum» d'états électroniques permis séparés par des bandes d'énergie interdites. La grandeur essentielle est la densité d'états $N(E)$, nombre d'états permis par unité de volume et par unité d'énergie (dimension $L^{-3} E^{-1}$). Dans un réseau parfait, les fonctions d'onde de ces états sont des fonctions de Bloch délocalisées dans l'espace. L'occupation des états par les électrons se fait en minimisant l'énergie et en respectant le principe d'exclusion de Pauli, ce qui conduit au remplissage des états jusqu'au Niveau de Fermi E_F .

Une bande complètement remplie ne transporte pas de courant bien que les fonctions d'onde soient délocalisées. Ce résultat fondamental permet de définir les métaux et les isolants suivant qu'il y a ou non un continuum d'états permis immédiatement au-dessus de E_F .

La figure 1 montre un isolant «structural» tel que le sont le diamant, le Si et le Ge purs monocristallisés. A $T = 0$, la bande de valence est remplie et la bande de conduction est vide. Le terme semiconducteur est réservé à des isolants dont le gap est assez petit pour qu'à la

température ambiante, un nombre appréciable d'électrons soient thermiquement activés de la bande de valence dans la bande de conduction. ($E_g = 1,14$ eV dans Si). Ils présentent donc une conductivité électrique thermiquement activée qui augmente avec la température.

Les métaux typiques (alcalins, Cu, Au et Ag) ont une bande de conduction à moitié pleine que l'on peut se représenter comme un gaz d'électrons libres : ceux-ci sont décrits par des ondes planes $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ où le vecteur d'onde \vec{k} est lié à la vitesse $\vec{v} = \frac{\hbar\vec{k}}{m}$. Ils occupent les

niveaux d'énergie (purements cinétique) permis $E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ conformément au principe de

Pauli jusqu'à l'énergie de Fermi E_F (quelques 10^4 K) où leur densité est $N(E_F)$, leur vitesse $V_F \sim 10^8$ cm/S et leur vecteur d'onde k_F de l'ordre de l'inverse d'une distance interatomique. Les températures usuelles ont donc peu d'effet sur la distribution des électrons.

Dans un réseau cristallin parfait (pas de défauts et $T=0$), la conductivité σ d'un métal est infinie. Les écarts à la périodicité parfaite vont ramener σ à une valeur finie. Ces écarts sont de deux types : i) les impuretés ou défauts structuraux avec lesquels les électrons ont des chocs élastiques, c'est-à-dire sans échange d'énergie (seule la direction du vecteur d'onde et la phase de la fonction d'onde sont changées) ; ii) les excitations thermiques, électrons et phonons, avec lesquels les électrons ont des chocs inélastiques, c'est-à-dire avec échange d'énergie et donc perte totale de la mémoire de l'état antérieur. On peut introduire le temps moyen séparant deux chocs : τ ($1/\tau = 1/\tau_e + 1/\tau_i$ si les processus élastiques τ_e et inélastiques τ_i sont indépendants). Dans le modèle très simple de Drude

$$\sigma = \frac{Ne^2\tau}{m}$$

($N = nb$ d'électrons par unité de volume, e la charge élémentaire et m la masse des porteurs).

Lorsque T augmente, τ_i diminue et donc aussi σ . A $T=0$, on observe une résistivité résiduelle $\rho = 1/\sigma$ liée aux impuretés par τ_e .

B - Métaux désordonnés - TMI d'Anderson.⁽²⁾

Que se passe-t-il lorsqu'on désordonne de plus en plus un métal ? Un bon paramètre de mesure du désordre est le produit $k_F\ell$. Lorsque $k_F\ell \rightarrow 1$, on observe d'abord les phénomènes de localisation faible puis, le système devient isolant pour $k_F\ell \approx 1$. Ce phénomène a été prédit par Anderson en 1958⁽³⁾. Son approche est la suivante :

Considérons un solide possédant une bande d'électrons de largeur B à moitié remplie. Si le potentiel ionique $V(\vec{r})$ est parfaitement périodique, toutes les fonctions d'onde sont étendues dans l'espace : c'est un « bon conducteur ». Introduisons du désordre dans ce système en modulant aléatoirement les potentiels de site qui deviennent : $V(\vec{r}) \pm 1/2 V_0(\vec{r})$, V_0 étant la largeur de la distribution aléatoire. Toutes les fonctions d'onde sont perturbées : leur phase change notablement sur une distance moyenne ℓ , le libre parcours moyen élastique. Les fonctions d'onde électroniques de haute énergie restent étendues mais décrivent des mouvements diffusifs tandis que celles de basse énergie sont localisées dans l'espace avec une longueur moyenne de localisation $\xi > \ell$. L'énergie caractéristique séparant les deux situations est appelée le bord de mobilité E_c . La position du niveau de Fermi E_F dans la bande n'est pas considérablement affectée par le désordre mais pour un certain désordre critique $V_0/B > 1.6$, E_F devient inférieur à E_c et les électrons ne peuvent plus diffuser à $T=0$. C'est « l'isolant d'Anderson ».

Il est important de noter qu'il s'agit là d'un concept entièrement nouveau par rapport aux isolants qui doivent ce caractère à leur structure de bande (forte densité d'états au niveau de Fermi, bande de conduction partiellement occupée et cependant, il ne peut conduire que par activation thermique $\sigma(T=0) = 0$).

C - Exemple d'isolants d'Anderson : les semiconducteurs dopés ⁽⁴⁾

a) Rappel sur les semiconducteurs cristallins

Mettons une impureté pentavalente dans un semiconducteur tétravalent, par exemple du P dans le Si. Le P vient substituer un Si, on a gagné un électron et le réseau, localement, présente un excès d'une charge positive. Cette charge positive crée un état lié qui se calcule comme l'atome d'hydrogène. Cependant, la forte constante diélectrique ϵ du milieu et la faible masse effective m^* des électrons de bas de bande de conduction conduisent à une énergie de liaison $\frac{m^*}{m} \frac{1}{\epsilon^2} \times 13,6 \text{ eV}$ très inférieure au gap E_g et à un rayon de la première orbite de Bohr $a_0^* = \frac{m}{m^*} \epsilon a_0$ bien supérieur à celui a_0 de l'hydrogène. L'impureté a donc créé un état lié dans le gap très près du bas de bande de conduction (0.044 eV pour P dans Si où $E_g = 1.17 \text{ eV}$) et de grande extension spatiale ($\approx 100 \text{ \AA}$). Il est très facile d'exciter thermiquement l'électron supplémentaire dans la bande de conduction. On a créé un niveau donneur.

Un raisonnement identique montre qu'une impureté trivalente crée un état lié dans le gap proche du haut de la bande de valence prêt à accepter un électron (figure 1).

Le plus souvent, les semiconducteurs sont dopés par N_d donneurs et $N_a = K N_d$ accepteurs par unité de volume. K est le facteur de compensation et varie de 0 à 1. A température suffisamment basse, dans un tel semiconducteur, les accepteurs ont tous capturé un électron et sont chargés négativement tandis que N_a donneurs sont vides et chargés positivement et $N_d - N_a$ donneurs sont occupés et neutres.

On a donc une très belle illustration du potentiel aléatoire d'Anderson.

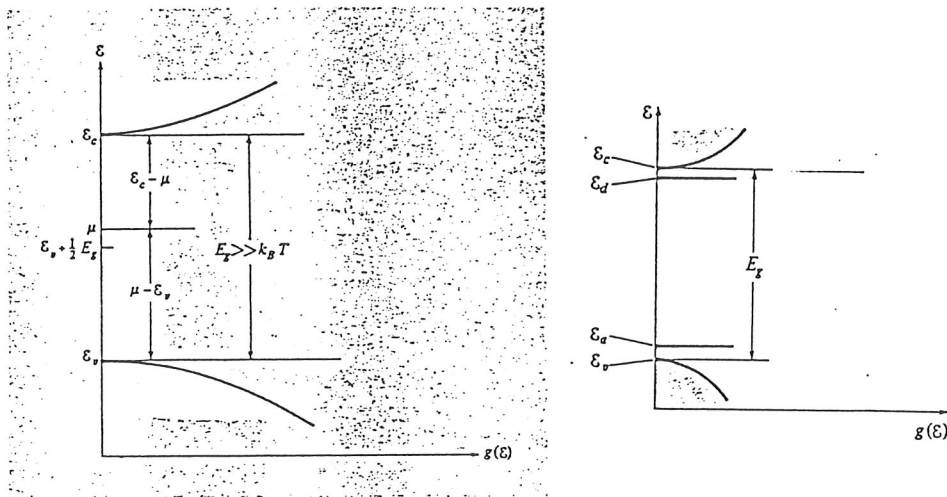


Figure 1

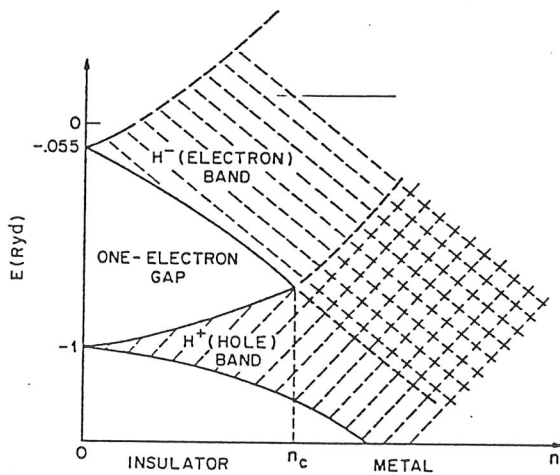
Semiconducteur cristallin non dopé (à gauche) et dopé (à droite).

b) Concentration critique de Mott. Rôle de la répulsion coulombienne.

Considérons un semiconducteur dopé en donneurs seulement, même s'ils étaient répartis régulièrement en réseau, les donneurs ne peuvent pas former un métal au-dessous d'une certaine concentration critique. Pourtant, *a priori*, avec un électron par donneur, les fonctions d'onde étant de portée infinie et la délocalisation abaissant l'énergie cinétique, on

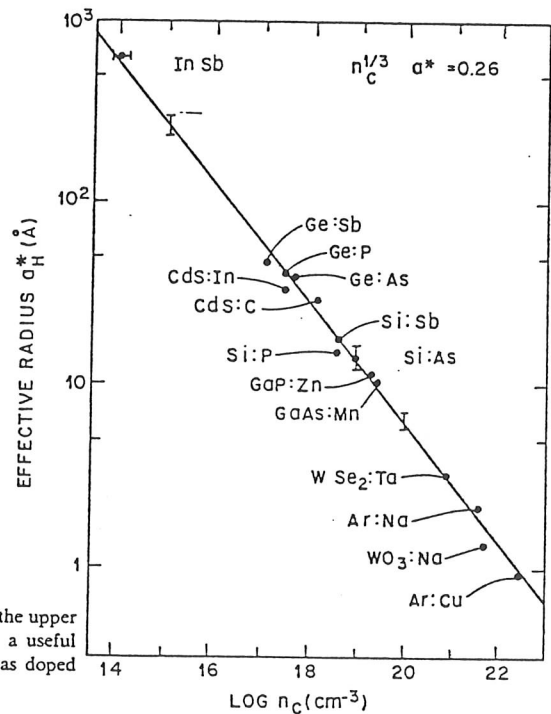
devrait avoir une bande à moitié pleine d'états délocalisés dans le gap (le principe de Pauli autorisant 2 électrons par niveau), c'est-à-dire un métal.

Il faut tenir compte de la répulsion coulombienne qui défavorise l'occupation simultanée du même site par deux électrons. On doit considérer que les impuretés font apparaître deux bandes dans le gap l'une avec 1 électron par site, pleine, l'autre avec 2 électrons par site vide. Ces bandes sont séparées à basse concentration. Lorsque la concentration augmente les bandes s'élargissent et se touchent à la concentration critique n_c , créant la bande métallique à moitié remplie. D'après Mott ⁽⁵⁾, $n_c^{1/3} a_0^* = 0.25$, ce qui est parfaitement vérifié dans les semiconducteurs les plus variés. (fig. 2)



Schematic diagram of the electron (H^-) and hole (H^+) bands (also referred to as the upper and lower Hubbard bands) for a lattice of hydrogen atoms, as a function of density; a useful diagram for locating n_c though incomplete in its description of random systems such as doped semiconductors.

Figure 2a



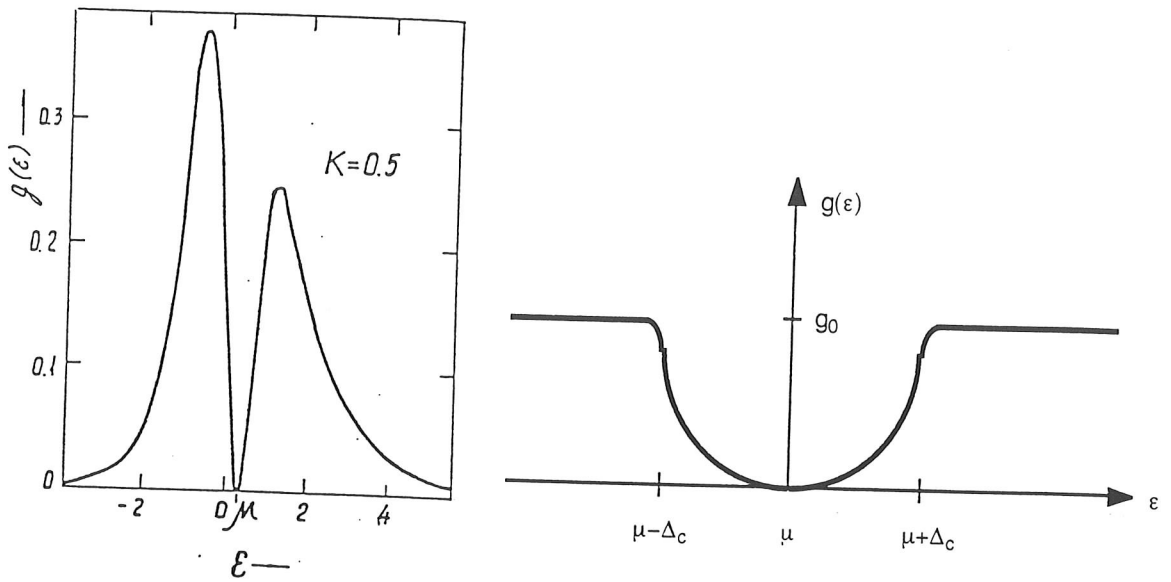
Mott criterion illustrated for a variety of systems (Edwards and Sienko 1978)

Figure 2b

La vision donnée par Anderson est donc incomplète : lorsque les électrons vont tendre à se localiser dans un métal désordonné, la répulsion coulombienne va modifier profondément la densité d'états au niveau de Fermi. Efros et Shklovskii ⁽⁶⁾ ont montré que dans un isolant d'Anderson, en première approximation, la densité d'états à un électron au voisinage du niveau de Fermi μ avait la forme :

$$g(\epsilon) = g_0 (\epsilon - \mu)^2 \quad \text{pour} \quad |\epsilon - \mu| < \Delta_c$$

où Δ_c est appelé le « pseudo gap de Coulomb » (fig. 3)



Density of states $g(\epsilon)$ as obtained by computer modelling at $K=0.5$.
After Efros et al. (1979).

Figure 3

Il faut bien noter le caractère très particulier de cette anomalie de densité d'états. Elle est liée à la dynamique des électrons (on l'appelle encore densité d'états instantanée) ; on ne peut pas mettre deux électrons en même temps sur le même site. Elle se manifestera notamment dans les expériences impliquant l'effet tunnel. Mais il n'est pas question de mettre cette densité d'états dans les formules qui concernent des propriétés moyennes dans le temps comme la conductivité de Drude ou la chaleur spécifique.

La densité d'états instantanée dépend de l'occupation des niveaux, l'isolant d'Anderson n'est pas susceptible d'être décrit par les modèles dits de « liquide de Fermi ».

Conclusion

Pour des dopages inférieurs à n_c , les semiconducteurs dopés, comme les métaux désordonnés au-delà du désordre critique sont des isolants d'Anderson. Les états électroniques d'énergie inférieure à E_c (bord de mobilité) sont localisés dans l'espace avec une longueur de localisation ξ . Le niveau de Fermi est inférieur à E_c . Il y a beaucoup d'états au niveau de Fermi, comme dans un métal mais du point de vue dynamique, on ne peut pas mettre deux électrons sur le même site ce qui est l'équivalent pour les propriétés impliquant l'effet tunnel à un « gap de Coulomb » autour de E_F .

D - Théorie d'échelle de la TMI (pour mémoire) ⁽⁷⁾

Nous rappellerons seulement que ξ diverge à l'approche de la TMI et que les propriétés de ces systèmes désordonnés dépendent de l'échelle à laquelle on les observe. A l'échelle de ξ un isolant d'Anderson a des propriétés métalliques. C'est à grande échelle que se manifeste le caractère isolant. De plus, cette transition de phase est très particulière car elle ne se traduit -à la différence des autres transitions de phase- par aucune anomalie des grandeurs thermodynamiques comme nous le verrons avec la chaleur spécifique. Seules les propriétés de transport à $T=0$ sont radicalement différentes de part et d'autre de la transition.

II - Propriétés de transport dans les isolants d'Anderson

A - Saut à distance variable (VRH = variable range hopping)

Le figure 4 donne une image de l'isolant d'Anderson à température finie. Les électrons ne peuvent passer d'un site à l'autre que par l'effet tunnel lié au recouvrement des fonctions d'onde localisées $\varphi_i = \varphi_0^i \exp(-r_i/\xi)$. Lors des sauts, la différence d'énergie ε_{ij} entre sites est compensée par l'absorption ou l'émission de phonons.

Dans l'approximation du champ moyen, le nombre d'électrons qui transitent par unité de temps de i vers j est :

$$\Gamma_{ij} = \gamma_{ij} \exp(-2r_{ij}/\xi) N(\varepsilon_{ij}) f_i (1-f_j)$$

qui fait intervenir le terme « tunnel » $\exp(-2r_{ij}/\xi)$.

La distribution de Bose-Einstein des phonons $N(\varepsilon_{ij}) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon_{ij}}{kT}\right) - 1}$.

La distribution de Fermi des électrons $f_i = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}\right) + 1}$.

En l'absence de champ électrique appliqué, le même nombre Γ_{ji} transite de j vers i et il n'y a évidemment pas de transport.

La présence d'un champ électrique faible modifie μ et les ε_i et le nouveau bilan fait apparaître à température non nulle (sinon $N(\varepsilon_{ij}) = 0$) un courant E/ρ où ρ est la résistivité du matériau. Celle-ci peut se calculer par une méthode de percolation de liens résistifs de la forme : ⁽⁸⁾

$$R_{ij} = R_{ij}^0 \exp\left(\frac{2r_{ij}}{\xi} + \frac{\varepsilon_{ij}}{k_{BT}}\right).$$

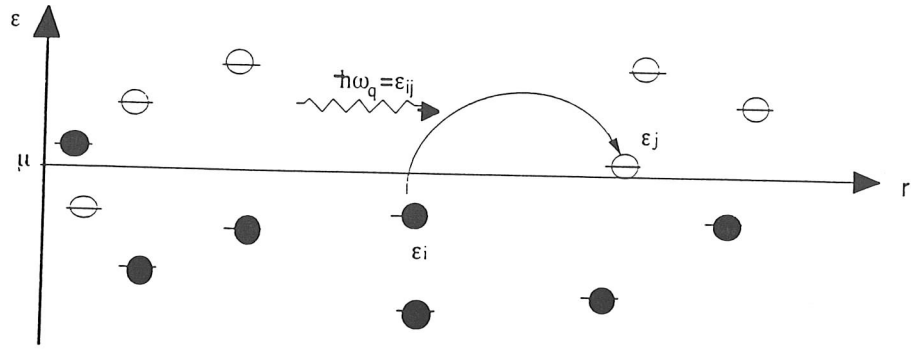


Figure 4: Conduction par saut tunnel entre sites localisés.

A très basse température, l'optimisation de R_{ij} implique des sauts où ε_{ij} est petit, quitte à augmenter r_{ij} . C'est le concept du saut optimal à distance variable $L(T)$ (qui augmente lorsque la température diminue) introduit par Mott.

Mott supposait une densité d'états constante au niveau de Fermi $g(\mu)$ alors :

$$\rho(T) = \rho_0 \exp\left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/4}$$

avec

$$k_B T_0 = \frac{\beta}{g(\mu)\xi^3}$$

$\beta \approx 20$ d'après les calculs numériques de la théorie de percolation.

$$L(T) = \frac{1}{8} \left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/4} \xi$$

Mais nous avons vu que les interactions entre électrons introduisaient un pseudo-gap de Coulomb. En refaisant le calcul de ρ avec la densité d'états proposée par Efros et Shklovskii :

$g(\varepsilon) = g_0 (\varepsilon - \mu)^2$ pour $|\varepsilon - \mu| < \Delta_c$, on obtient :

$$\rho(T) = \rho_0 \exp\left(\frac{T_E}{T}\right)^{1/2}$$

$$k_B T_E = \frac{\beta' e^2}{K \xi}$$

où $K = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0$ est la constante diélectrique et β' un coefficient numérique égal à 2.8.

La longueur du saut optimal de Mott, dans ce régime, est :

$$L = \frac{1}{4} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/2} \xi$$

A haute température, lorsque $k_B T > \Delta_c$, l'anomalie de Coulomb est imperceptible et c'est la loi de Mott (1/4) qui est suivie.

Pour $T < T_c \cong \frac{e^4 \xi g_0}{K^2}$ c'est la loi d'Efros et Shklovskii (1/2) qui est suivie.

Plus généralement, si l'anomalie de Coulomb a la forme $g(\varepsilon) = g_0 (\varepsilon - \mu)^p$, alors :

$$\rho(T) = \rho_0 \exp\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1+p}{4+p}}$$

avec
$$k_B T_0 = \frac{\beta'}{\left(g_0 \xi^3\right)^{\frac{1}{1+p}}}$$

La figure 4.12 illustre le passage d'une loi de Mott à haute température (caractérisée par T_M) à une loi d'Efros et Shklovskii à basse température, caractérisée par T_E sur le même échantillon.

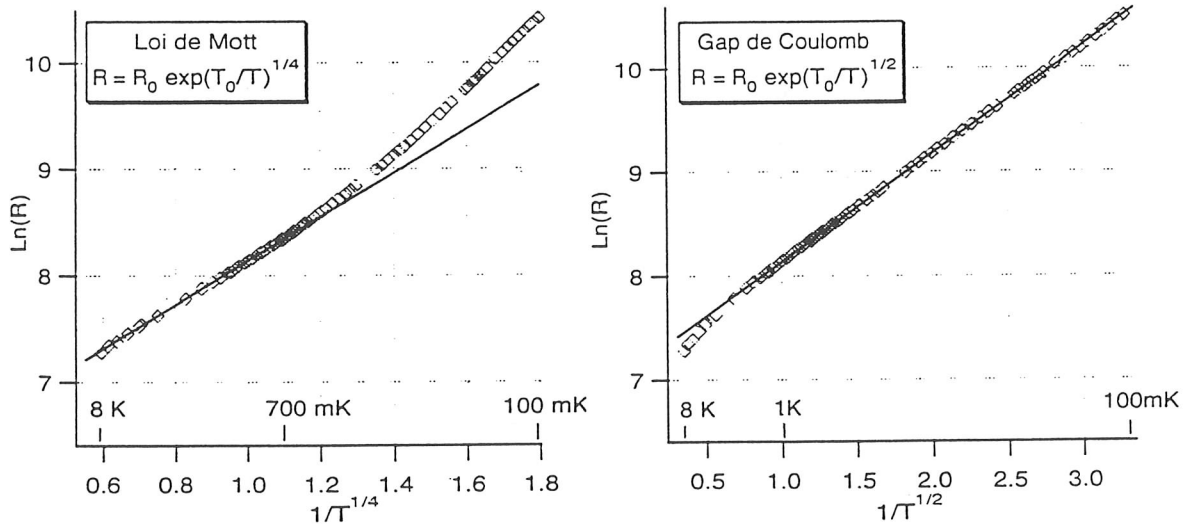


Figure 4.12 La loi de Mott décrit le comportement de la résistance du système à haute température et près de la transition métal-isolant. A très basse température la résistivité suit la loi de Efros et Shklovskii (échantillon Nb_xSi_{1-x} avec $x=0.083$, épaisseur 100nm, longueur 200 μ m, largeur 500 μ m).

Pour analyser plus précisément l'exposant, on peut utiliser une méthode proposée par Zabrodskii ⁽⁹⁾ et illustrée figure 4.13. L'observation de ce passage d'une loi à l'autre donne une mesure du pseudo-gap de Coulomb :

$$\Delta_c \cong k_B \left(T_E^3 / T_M \right)^{1/2}$$

On l'attend à une température $T_{ME} \cong 16 T_E^2 / M$ ⁽¹⁰⁾

Pour l'exemple donné figures 24 et 25, on trouve ⁽¹¹⁾

$$T_M = 18.2 \text{ K} \quad T_E = 1.08 \text{ K} \quad \text{et} \quad \Delta_c \cong 250 \text{ mK}$$

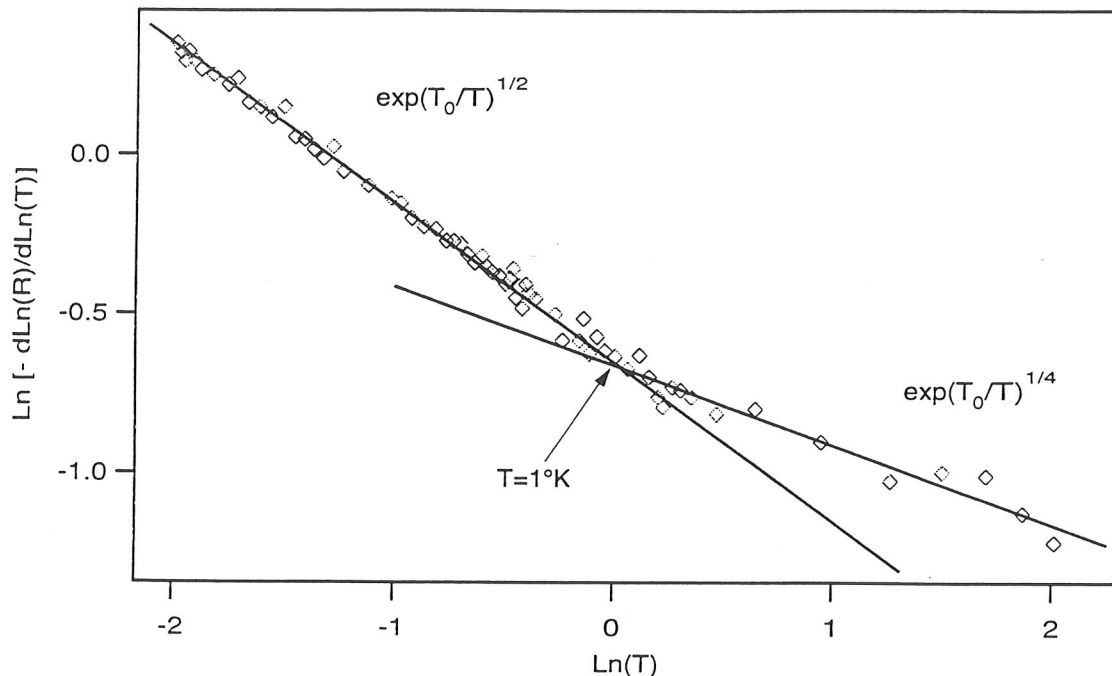


Figure 14. En visualisant $\text{Ln}\left(-\frac{d\text{Ln}(R)}{d\text{Ln}(T)}\right)$ en fonction de $\text{Ln}(T)$ nous calculons directement l'exposant n de l'exponentielle. $T=1^\circ\text{K}$ sépare le régime de Mott ($n=1/4$) de celui de Efros et Shklovskii ($n=1/2$) (échantillon $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$ avec $x=0,083$).

Il ressort de cet exemple qu'il est important d'étudier la résistance sur une large gamme de température pour bien dégager les lois effectivement suivies.

A très basse température, de nombreux auteurs ont rapporté des lois divergentes ($n > 1/2$) ce qui est tout à fait compatible avec la théorie du VRH mais un gap de Coulomb plus « abrupt » que celui d'Efros et Shklovskii.

III - Les isolants d'Anderson sous forte polarisation

A - Pourquoi les fortes polarisations ?

On définit la sensibilité d'un thermomètre résistif par :

$$\alpha = \frac{d \ln R}{d \ln T} = \frac{T}{R} \frac{\partial R}{\partial T} \quad (\text{coefficient sans dimension})$$

Dans le cas d'une loi de type Efros-Shklovskii : $\alpha = -\frac{1}{2} (T_0/T)^{1/2}$ et pour les valeurs usuelles de résistances ($R < 10 \text{ M}\Omega$), α varie typiquement de 3 à 10.

Quel que soit le dispositif électronique de lecture, on cherche à optimiser le signal

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} (\text{Volt/degré}) = \frac{\Delta R}{\Delta T} I = \alpha \frac{R}{T} I$$

où I est le courant de polarisation. Ou encore :

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{\alpha}{T} V = \frac{\alpha}{T} (R P)^{1/2} \quad \text{où } P \text{ est la puissance de polarisation.}$$

Nous verrons dans le cours « Fonctionnement des bolomètres » qu'il existe une puissance optimale de polarisation. Pour un simple thermomètre, on a intérêt à avoir P la plus grande possible compatible avec les couplages thermiques tels qu'ils ont été étudiés dans le cours « Conductivité thermique ».

Nous allons voir maintenant que le thermomètre lui-même est le siège de phénomènes qui limitent cette puissance.

La figure 5 montre les caractéristiques typiques $V(I)$ d'un isolant d'Anderson. Elles sont fortement non linéaires

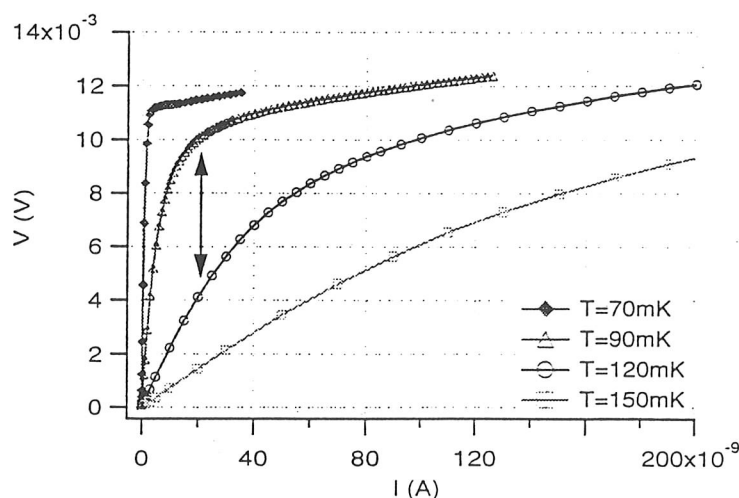


Figure 5 : Mesures courant-tension pour différentes températures dans le Nb_xSi_{1-x} . Le courant optimal vers 100mK est visualisé par la flèche. Echantillon d'épaisseur 100nm et de concentration $x=0,078$.

Deux phénomènes concourent pour expliquer ce comportement : les effets du champ électrique et le découplage électron-phonon.

B - Effets du champ électrique dans un isolant d'Anderson ⁽¹²⁾

Ils résultent du fait qu'au cours d'un saut à la distance L dans le sens qui contribue au courant, l'électron gagne l'énergie eEL où E est le champ électrique supposé uniforme appliqué à l'échantillon. Le saut optimal de Mott est modifié et :

$$\rho(T, E) = \rho_0 \exp \left[\frac{T_0}{T} \left(1 - \frac{eE\xi}{2k_B T} \right) \right]^n$$

On peut réécrire cette loi en introduisant le saut optimal $L(E)$

$$\rho(T, E) = \rho(T, E=0) \exp \left(- \frac{eEL}{2k_B T} \right)$$

$$L(E) = L(E=0) \frac{1 - eE\xi/2k_B T}{n \frac{eE\xi}{2k_B T}}$$

et

$$L(E=0) = \xi \frac{n}{2} \left(\frac{T_0}{T} \right)^n$$

Ces relations s'appliquent si $E < E_c = 2 k_B T / e \xi$.

Pour des champs plus élevés, la conduction n'est pas assistée par les phonons, le champ induit des sauts entre premiers voisins. Entre 0 et E_c l'effet du champ est de diminuer la résistivité et la sensibilité α qui devient au premier ordre en E :

$$\alpha(E) = \alpha(E=0) \left[1 - (\alpha + n + 1) E / E_c \right]^{(16)}$$

On voit que la perte de sensibilité due au champ est d'autant plus « dramatique » que α est grand.

La figure 6 montre une analyse de l'effet de champ électrique. La pente à l'origine permet de calculer ξ . Pour être certain qu'on observe bien un effet de champ électrique dominant, il faut vérifier que ξ ainsi obtenue est une valeur cohérente avec les autres déterminations et en particulier qu'elle ne dépend que de la distance à la TMI (donc ni de T , ni de la géométrie).

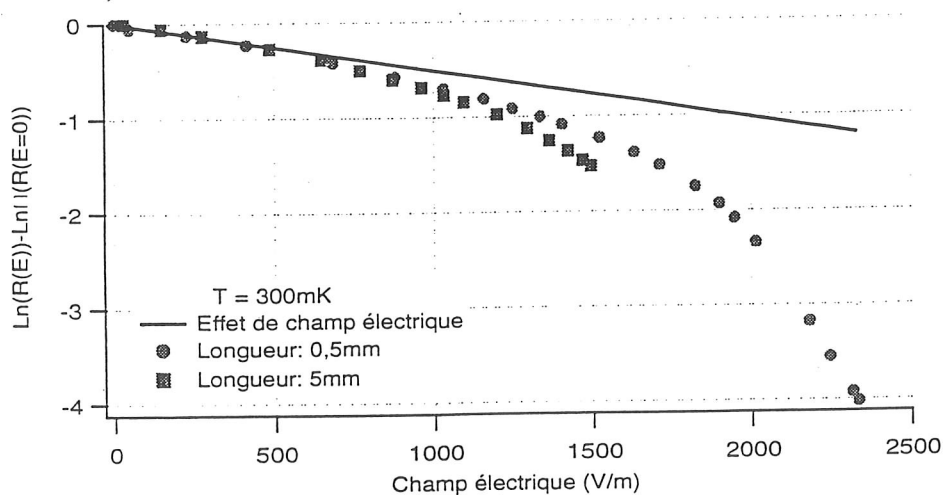
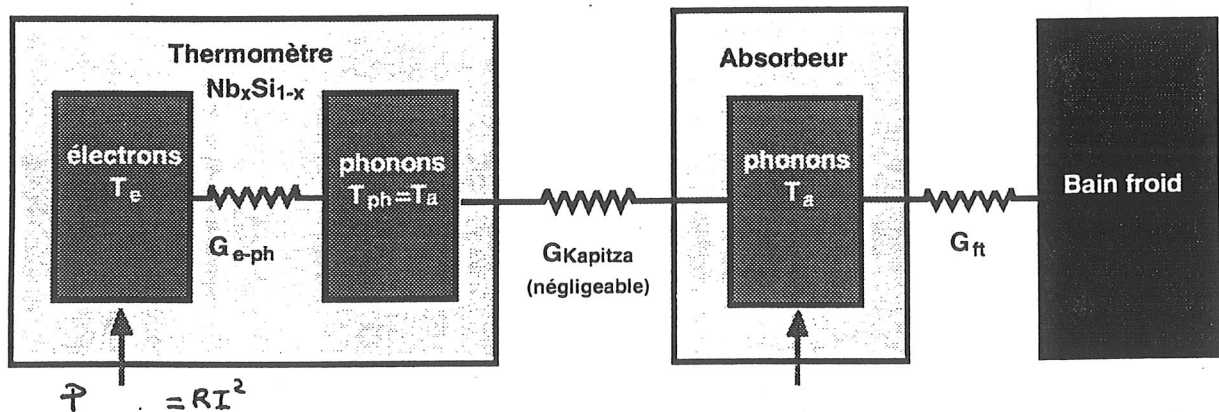


Figure 6: Résistance en fonction du champ électrique à 300mK. La courbe continue montre l'effet de champ électrique pour $\alpha=3\text{nm}$.

Pour des échantillons près de la TMI et vers les très basses températures, de nombreux expérimentateurs, sur différents matériaux, ont trouvé que ce modèle n'expliquait pas les résultats : les effets de la polarisations sont beaucoup plus forts car un autre phénomène se superpose à l'effet précédent ⁽¹³⁾

C - Le découplage électron-phonon

Les deux principales formes d'excitations dans un solide sont l'énergie cinétique des électrons et l'énergie de vibration des ions (les phonons). Les interactions de ces excitations entre elles assurent dans les situations d'équilibre une répartition de l'énergie entre tous les degrés de liberté et l'on peut définir une température. On peut se représenter ces interactions comme des chocs inélastiques avec des temps de relaxation caractéristiques τ_{ee} , $\tau_{ph,ph}$ ou $\tau_{e,ph}$. Intuitivement, ces paramètres dépendent d'un terme de « couplage » (il faut que les excitations se « parlent ») et de leur densité dans l'espace des phases (il faut qu'elles se « rencontrent »). A cause de ce dernier terme, tous ces temps divergent lorsque $T \rightarrow 0$. Vers les très basses températures, dans les métaux, on finit toujours par avoir $\tau_{ee} < \tau_{e,ph}$. Pour un thermomètre déposé sur un substrat isolant, lui-même thermalisé sur la source froide, la puissance électrique de polarisation est donnée aux électrons qui doivent l'écouler vers les phonons du matériau thermométrique, qui vont la transmettre à travers une résistance d'interface aux phonons du substrat, etc... L'équilibre qui permettait de définir une température est rompu. Mais dans certains cas, on peut considérer qu'il s'établit un régime permanent où l'on peut définir au sein du matériau thermométrique une température T_e du bain d'électrons et une température T_{ph} du bain de phonons, différentes entre elles et de la température du substrat T_s ; ces différents bains étant reliés par des couplages finis g (fig. 7).



On peut écrire :

$$P = g_{\text{eph}} (T_e^\beta - T_{\text{ph}}^\beta) = g_k (T_{\text{ph}}^\alpha - T_s^\alpha)$$

On montre que, par unité de volume,

$$G_{\text{eph}} = \left(\frac{\partial P}{\partial T_e} \right)_{T_{\text{ph}}} = \beta g_{\text{eph}} T_e^{\beta-1} = C_e / \tau_{\text{eph}}$$

où C_e est la chaleur spécifique des électrons.

Nous avons vu dans le cours sur les résistances d'interfaces que par unité de surface,

$$G_k = \left(\frac{\partial P}{\partial T_{\text{ph}}} \right)_T = \alpha g_k T_{\text{ph}}^{\alpha-1} = R_b T^3$$

En jouant sur le rapport surface sur volume du thermomètre, on peut faire en sorte que

$$T_e - T_{\text{ph}} \gg T_{\text{ph}} - T_s$$

Pour un bloc de Ge NTD, on peut coller un petit thermomètre qui mesurera T_{ph} .

La mesure de T_e est beaucoup plus subtile et dépend du matériau. Pour les métaux, on utilise le bruit Johnson ⁽¹⁴⁾, l'effet Kondo, la location faible ⁽¹⁵⁾, etc... De nombreux résultats ont été rapportés avec $\beta = 5$. Alors $g_{\text{eph}} = 2000 \text{ WK}^{-5} \text{ cm}^{-3}$ pour des alliages AuCu par exemple (500 pour l'Ag).

Pour les isolants d'Anderson, dans un premier temps, on peut déterminer T_e par la simple mesure de la résistance sous polarisation V/I . On identifie T_e avec la température T qui donne la même résistance sous faible polarisation. Les échantillons près de la TMI et à très basse température, dont le comportement ne pouvait s'expliquer par les effets de champ électrique, obéissent de manière remarquable à cette description (fig. 8 et 9).

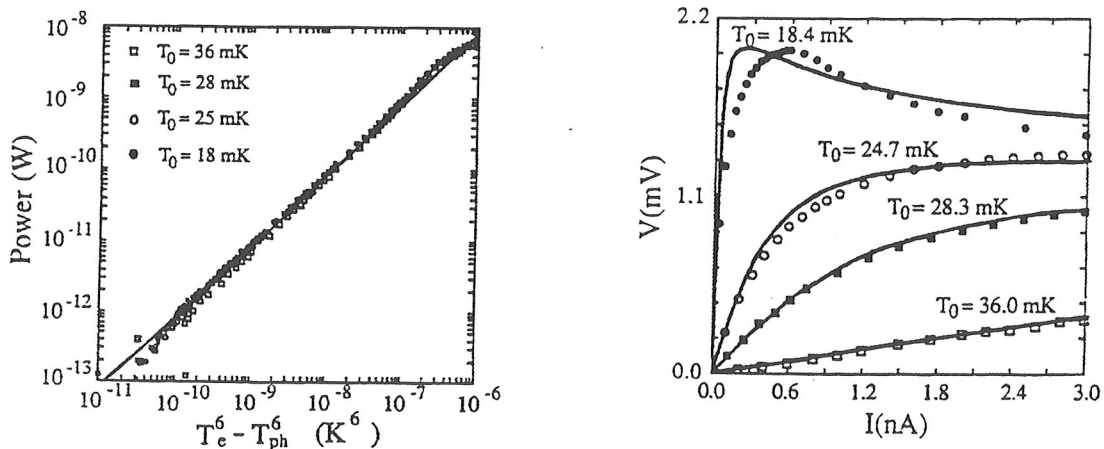


Figure 8 : Mesures de la conductivité thermique entre électrons et phonons dans un des thermomètres NTD Ge, pour quatre températures de la chambre de mélange du cryostat [N. Wang (1990)]. Si la sensibilité du thermomètre est élevée on peut observer une résistance dynamique dV/dI négative.

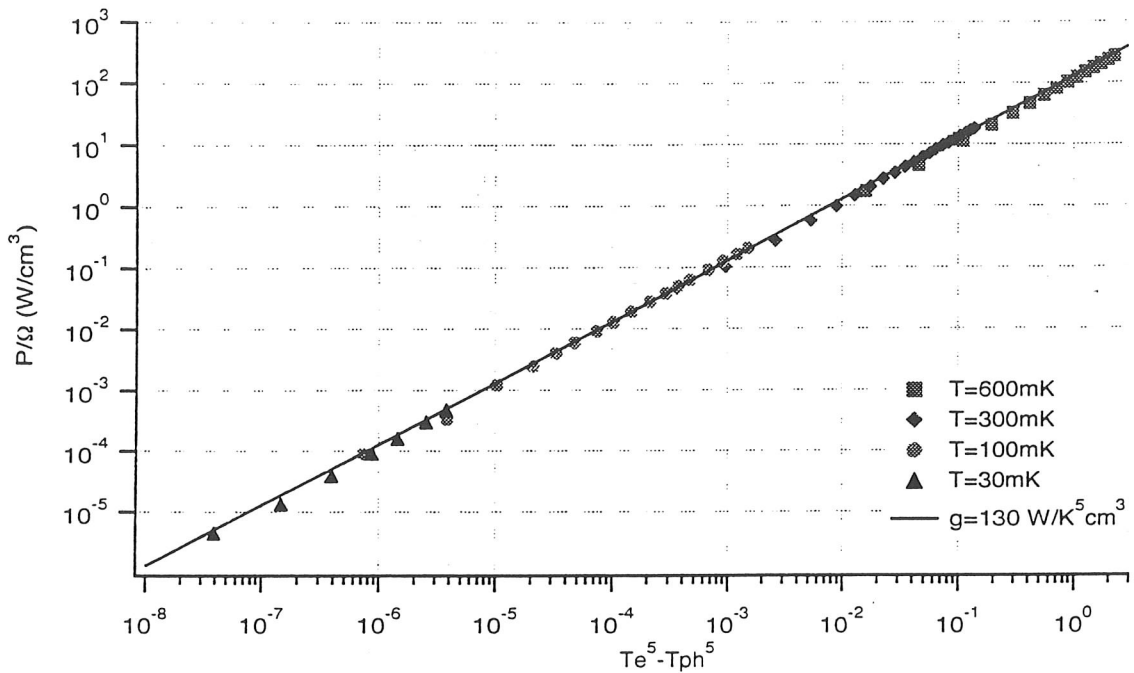


Figure 9. Mesure de la constante de couplage entre les électrons et les phonons de Nb_xSi_{1-x} avec $x=0,083$. Les dimensions de l'échantillon sont $100nm \times 200\mu m \times 500\mu m$.

La valeur de l'exposant β dépend de la nature du matériau (propre ou sale) et de la dimensionalité du système pour l'interaction électron-phonon. La plupart des isolants d'Anderson étudiés de cette manière ont donné $5 \leq \beta \leq 6$. Pour les comparer entre eux, il convient, en limitant la gamme de température, de forcer une loi donnée. Ainsi, au-dessous de 100 mK, les métaux donnent $g_{eph} \cong 1000 \text{ WT}^{-5} \text{ cm}^{-3}$ et avec la même unité, le NbSi donne 100 et le Ge NTD de 1 à 2.

La valeur de g_{eph} donnera le volume de matériau thermométrique nécessaire à une puissance de polarisation fixée par d'autres considérations. L'effet du découplage électron phonon sur la sensibilité du thermomètre se fait à deux niveaux. Tout d'abord, T est remplacé par $T_e > T$, ce qui affaiblit $\alpha = -1/2 (T_0 / T_e)^{1/2}$. Mais surtout, ΔT_{ph} que l'on veut mesurer est supérieur à ΔT_e qui engendre ΔR .

A puissance de polarisation constante :

$$\Delta P = 0 = \beta T_e^4 \Delta T_e - \beta T_4^{ph} \Delta T_{ph}$$

soit :

$$\Delta T_e = \left(\frac{T_{ph}}{T_e} \right)^4 \Delta T_{ph}$$

Exercice : en supposant T_e , α et R déterminés ou choisis, quel est le rapport T_e/T_{ph} qui optimise la réponse $\partial V / \partial T_{ph}$ d'un thermomètre ?

Réponse : pour $\beta = 5$ $T_e / T_{ph} = 1.22$ et $\Delta T_e = 0.46 \Delta T_{ph}$.

D - Rôle comparé des deux effets de polarisation forte ⁽¹¹⁾

L'application d'un champ E pour mesurer R qui est à la base la grandeur physique qui varie avec T , modifie la loi de résistivité $\rho(T)$ obtenue à faible polarisation. On peut écrire :

$$\rho(E) = \rho_0 \exp \left[\frac{T_0}{T} \cdot \frac{T}{T_e} \left(1 - \frac{\alpha E \xi}{2 k_B T_e} \right) \right]^n$$

On peut comparer les effets en étudiant le rapport des deux termes qui corrigent T_0/T dans l'exponentielle. On trouve :

$$\frac{\text{effet de champ}}{\text{effet de découplage}} \approx \frac{e}{2 K_B} \cdot \frac{G_{eph}}{E} \rho \xi$$

Il faut étudier ce rapport pour l'échantillon considéré. La figure 10 donne deux exemples très différents.

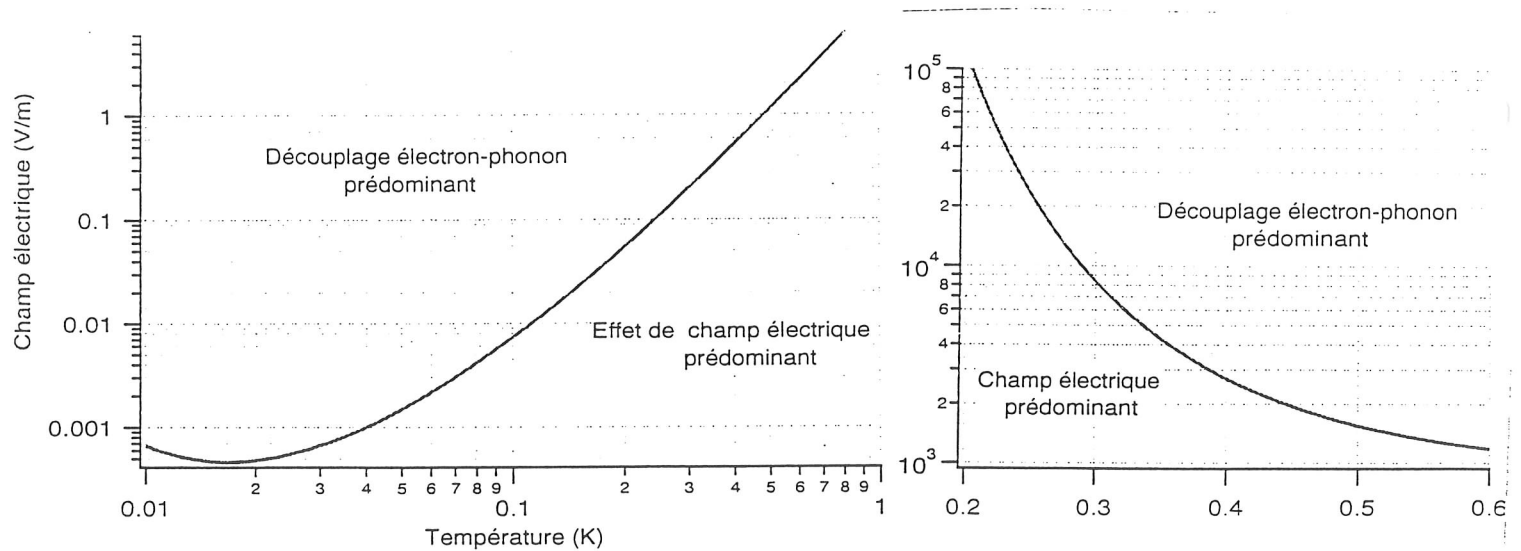


Figure 10 : Champ critique séparant le domaine de découplage électron-phonon de celui de l'effet de champ électrique. Echantillon Nb_xSi_{1-x} avec $x=0,083$ à gauche et $x=0,074$ à droite

En toute rigueur, à faible champ, E est toujours l'effet dominant. Cependant, à très basse température ($T < 50$ mK) pour la gamme de résistivité utilisée, c'est l'effet de découplage qui est dominant.

Remarque (1) : Ce n'est que dans le cas où l'effet de champ est négligeable qu'on peut calculer T_e directement à partir de la mesure de R en utilisant $R(T)$ déterminé à faible polarisation. Dans les autres cas, il faut corriger la valeur de R mesurée de l'effet du champ puis déterminer T_e et faire l'étude de g_{e-ph} . Cette difficulté est illustrée sur la fig. 11. Elle peut être à l'origine de résultats aberrants sur les lois de puissance et les valeurs de g_{e-ph} qu'on en déduit.

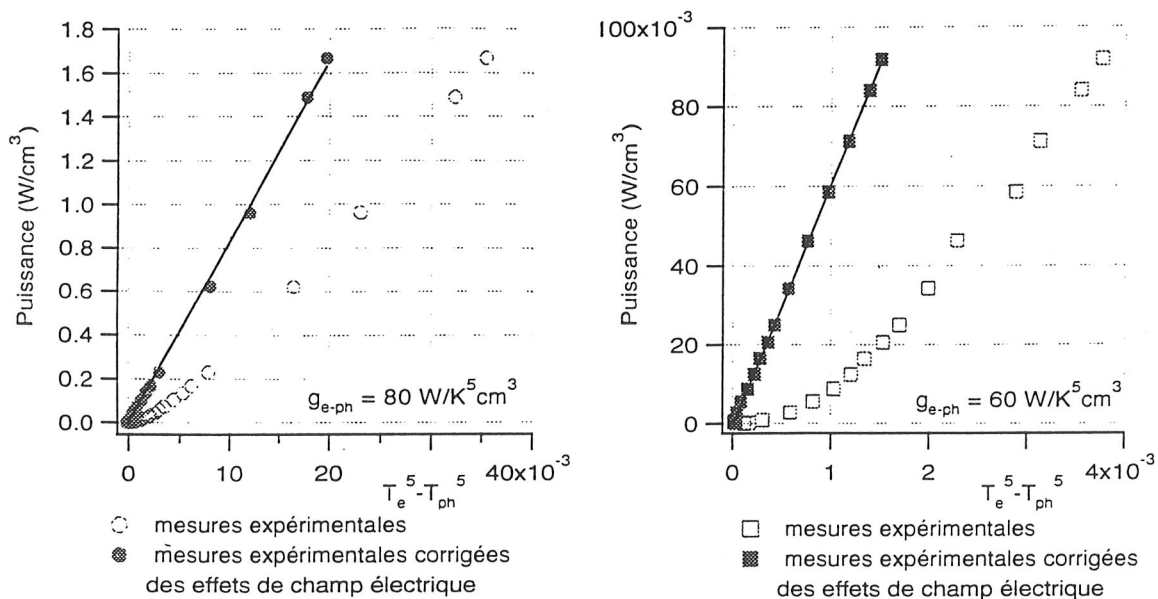


Figure 11 a,b: Après avoir éliminé des mesures l'effet de champ électrique, on observe le phénomène de découplage électron-phonon avec $g_{e-ph} \approx 70 \text{ W/K}^5 \text{ cm}^3$.

Remarque (2) : Le succès d'un modèle métallique de découplage électron-phonon dans l'isolant d'Anderson est tout à fait surprenant. En effet, dans la vision usuelle, c'est justement l'interaction e-ph qui assure le hopping dans la conductivité finie et mesurée. Il y a donc un problème conceptuel profond dans la démarche couramment utilisée, notamment lorsqu'on utilise R pour calculer T_e . Une solution proposée (Stefanos Marnieros) consiste à examiner le rôle dominant des interactions e-e, y compris dans les processus de conductivité. La manifestation d'un comportement proche de celui des métaux va se retrouver dans la chaleur spécifique des isolants d'Anderson.

Conclusion :

Les effets que nous venons de décrire montrent que lorsqu'on augmente la puissance appliquée à un thermomètre afin d'augmenter le signal mesurable (typiquement une tension lue par une électronique), il faut trouver la puissance optimale de polarisation qui dépend de nombreux facteurs propres au thermomètre (nature, géométrie, distance à la TMI). Pour un thermomètre donné, elle dépend de la température exacte d'utilisation dans la gamme pour laquelle il a été optimisé. Les caractéristiques $V(I)$ sont essentielles à cette détermination.

IV - Chaleur spécifique des isolants d'Anderson.

Le chapitre précédent a montré que la puissance de polarisation par unité de volume avait une limite intrinsèque dépendant du matériau et de la température. L'optimisation de la sensibilité conduira donc à un volume conséquent de matière thermométrique et donc à une capacité calorifique non négligeable du thermomètre.

La chaleur spécifique résulte de l'énergie nécessaire pour changer la distribution de toutes les excitations possibles du système. Il faut ensuite se demander lesquelles de ces excitations ont eu le temps de « répondre », c'est-à-dire de se thermaliser, dans le temps d'une mesure (par exemple une impulsion pour un bolomètre).

Le seul isolant d'Anderson étudié en détail est le Si cristallin dopé au Phosphore. Les résultats sont montrés sur la fig. 12⁽¹⁸⁾.

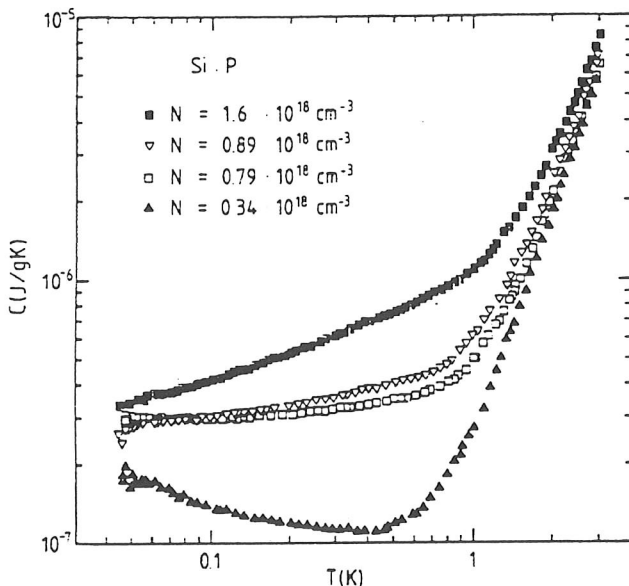


Figure 12: Chaleur spécifique du Si:P pour différentes concentrations N du phosphore. Le système devient isolant pour $N < 3,7 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

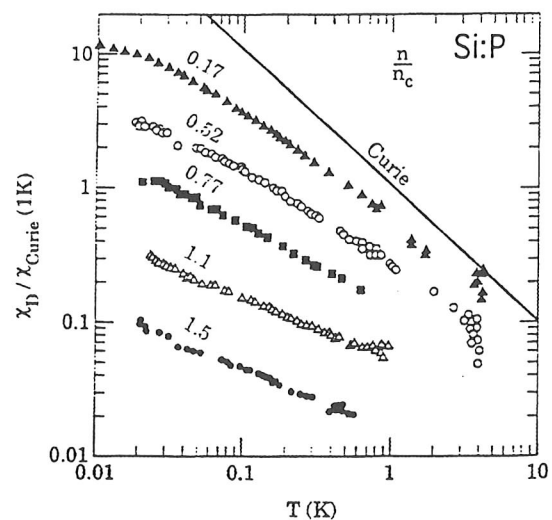


Figure 13: Susceptibilité des donneurs χ_D dans Si:P normalisée à la susceptibilité de Curie à 1°K. Les mesures sont effectuées pour différentes concentrations du phosphore n/n_c ($n_c = 3,7 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) et la ligne droite représente la susceptibilité de Curie. [Ootuka and N. Matsunag (1990)]

Ces résultats sont analysés comme la somme des contributions du réseau βT^3 et des électrons. Cette dernière contribution est très particulière. Elle comporte un terme métallique γT attribué aux électrons « itinérants », c'est-à-dire ceux qui participent aux processus de hopping et un « excès » Δ_c attribué à la formation de moments magnétiques localisés au-dessous de 1K ⁽¹⁹⁾. Cette hypothèse est suggérée par l'apparition corrélée d'une susceptibilité magnétique (fig. 13).

$$C = \Delta_c + \gamma T + \beta T^3$$

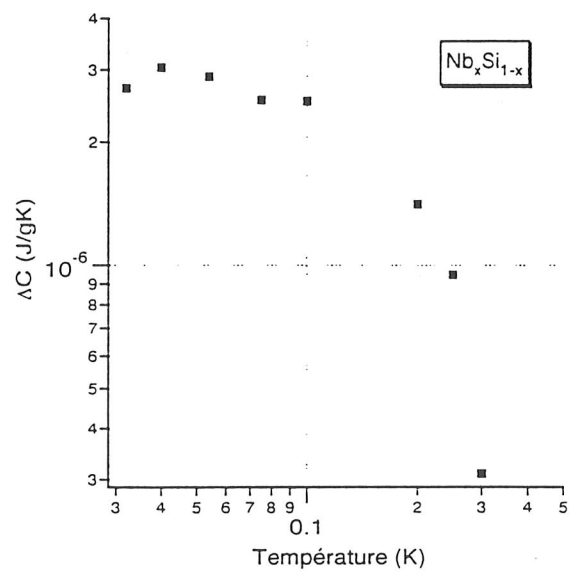
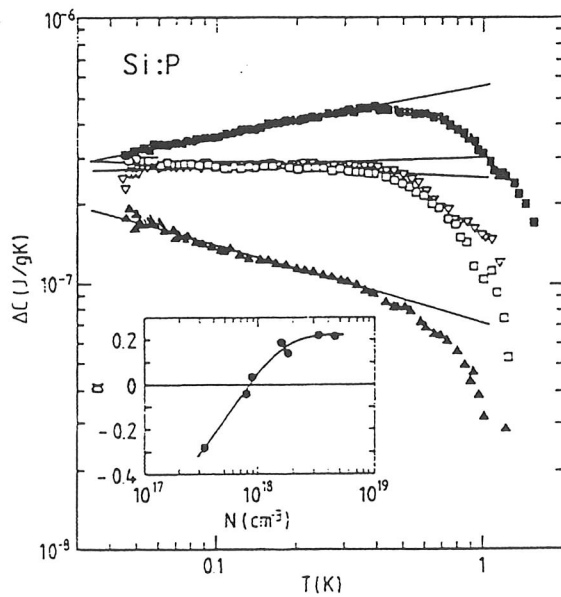


Figure 14a Chaleur spécifique excessive après soustraction des termes $\gamma T + \beta T^3$ dans le Si:P pour différentes concentrations de P (mêmes notations que pour la figure 12). L'encadré représente la variation de l'exposant α_s en fonction de la concentration de P. [Lakner et al (1989)]

Figure 14b Chaleur spécifique excessive dans le Nb_xSi_{1-x} ($x \sim 0,09$). (Ref 11)

Le terme ΔC est proportionnel à T^α avec α proche de zéro ce qui signifie que cette contribution est pratiquement constante avec la température.

La remarquable continuité des propriétés thermodynamiques à la TMI est illustrée par le fait que le terme ΔC persiste dans l'état métallique tandis que le terme γT persiste dans l'état isolant. Il n'y a aucune anomalie à la TMI.

L'essentiel de ces résultats ont été retrouvés par Stefanos Marnieros sur le NbSi (fig. 14). Le rapport $\Delta C/\chi$ est le même que pour les deux systèmes, conformément aux prédictions théoriques. On peut penser que l'apparition d'un excès de chaleur spécifique du aux

moments magnétiques localisés à très basse température et un phénomène général des isolants d'Anderson. En revanche, la température à laquelle ils se forment semble dépendre du matériau (1 K pour SiP et 200 mK pour NbSi) sans qu'aucune explication n'ait été fournie à ce jour. Il serait intéressant d'explorer ces propriétés sur l'isolant d'Anderson le plus utilisé en bolométrie, le Ge NTD.

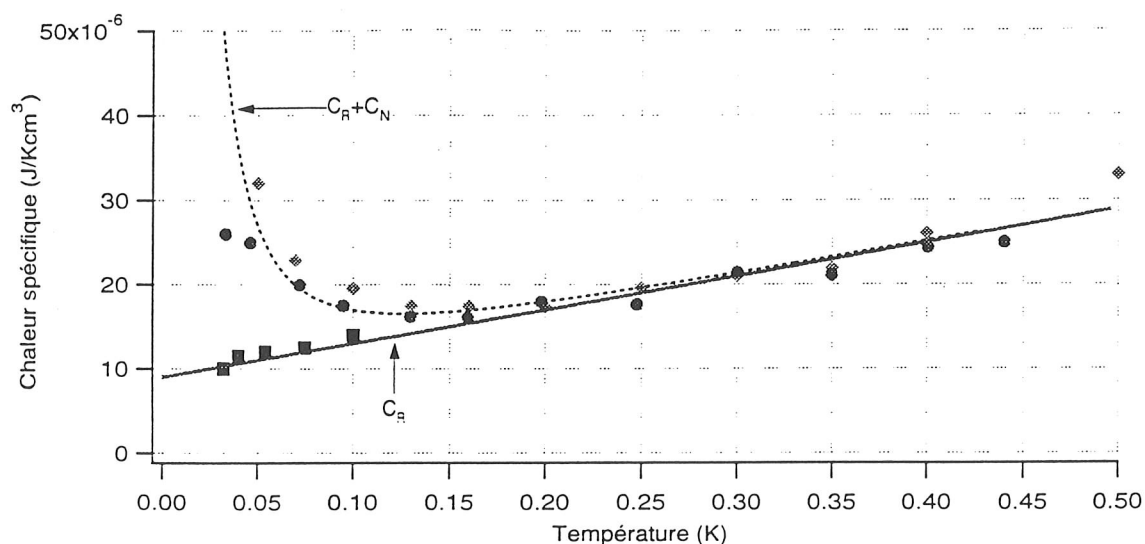


Figure 15 : Chaleur spécifique nucléaire du $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$.

La figure 15 montre les résultats des mesures lentes (ronds et losanges) de temps caractéristique 1 seconde et celles de mesures rapides (méthode impulsionnelle 1 μs).

Les termes électroniques $\Delta C + \gamma T$ sont toujours excités tandis que le terme de chaleur spécifique nucléaire du au moment des noyaux de Nb ne l'est que dans les expériences lentes.

CONCLUSION

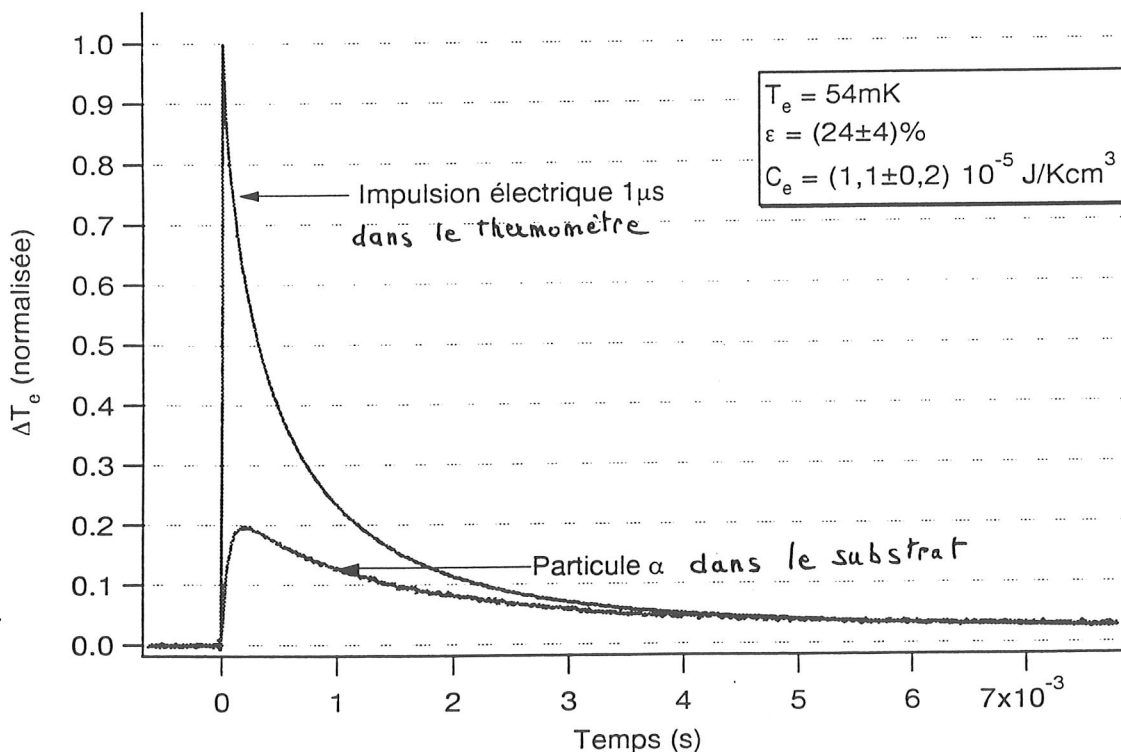
Bien que la thermodynamique prédise une chaleur spécifique tendant vers zéro à $T=0$, à quelques dizaines de mK, les isolants d'Anderson présentent encore des anomalies de chaleur spécifique qui peuvent être pénalisantes pour les performances. Les moments magnétiques localisés donnent une contribution très bien couplée au bain d'électrons et qui est prédite pour tous, bien que disparaissant au-dessus d'une température qui dépend du matériau.

Dans les expériences lentes, la présence de moments nucléaires peut apporter des complications dans les systèmes qui en recèlent.

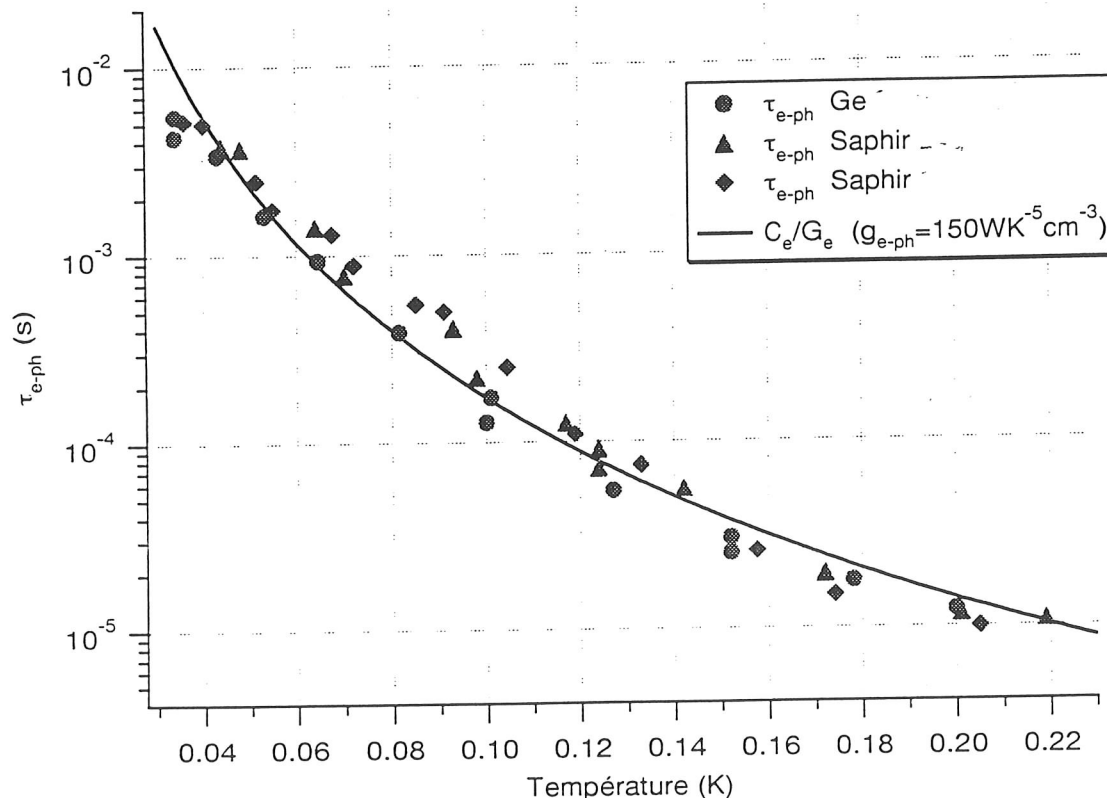
V - Propriétés dynamiques des isolants d'Anderson

L'application des isolants d'Anderson à la bolométrie conduit naturellement à se poser la question de leur temps de réponse intrinsèque. Dans les chapitres précédents, nous avons montré que la grandeur mesurée, la résistance, était reliée (aux corrections d'effet de champ électrique près) à la température T_e du bain d'électrons. Ce dernier, de chaleur spécifique C_e , est couplé au bain de phonons par une constante de couplage G_{eph} . Le temps de réponse intrinsèque d'un thermomètre à une variation de T_{ph} est donc $\tau_{eph} \equiv C_e/G_{eph}$.

τ_{eph} sera le temps de montée d'un thermomètre couplé à l'objet dont il mesure la température en supposant que les bains de phonons du thermomètre et de l'objet sont isothermes ce qui implique que la résistance d'interface soit négligeable. Ce sera également le temps de relaxation d'un thermomètre dont les électrons ont été chauffés directement par exemple par une impulsion électrique. La figure 16 illustre une méthode de mesure directe de ce temps de relaxation.



Il faut noter que la réponse de l'isolant d'Anderson a un dépôt direct d'énergie dans le bain d'électrons est très rapide ($< 1 \mu\text{s}$). Le domaine d'application des isolants d'Anderson en terme de temps de réponse dépend cruciallement du mécanisme par lequel l'énergie à mesurer atteint le bain d'électrons. Il faut retenir que tout transfert médiatisé par l'interaction électron phonon deviendra très lent à basse température. La figure 17 donne le temps de relaxation intrinsèque du NbSi déposé sur différents substrats.



Il reste à mener des études comparables sur d'autres matériaux pour identifier les meilleurs. Il est cependant vraisemblable puisque C_e et G_e varient dans le même sens avec la densité d'états électroniques, que leur rapport dépende peu du matériau.

Conclusion

Les isolants d'Anderson ont des propriétés intéressantes pour la thermométrie à basse température. Ils conduisent à des sensibilités acceptables en bolométrie pour des impédances compatibles avec une électronique classique à base de JFET (Transistors à effet de champ). Cependant, de nombreux aspects, importants eux aussi pour ces applications, telles que la chaleur spécifique ou le bruit propre, restent à approfondir.

BIBLIOGRAPHIE

- 1- Ge NTD pour Neutron Transmuted Doped Ge
- 2- N.F Mott., "*Meta l Insulator Transitions*" (Taylor and Francis LTD, London) (1974)
- 3- P.W Anderson., Phys.Rev. **124**, p.41 (1958)
- 4- B.I Shklovskii., A.L Efros., *Electronic properties of doped semiconductors*, Springer-Verlag, Berlin) (1984)
- 5- N.F Mott., J. Non Cristal. Solids **1**, p. 1 (1968)
- 6- A.L Efros., B.I Shklovskii., J. Phys. C,**8**, p.L49 (1975)
- 7- D Belitz., T.R Kirkpatrick., Rev. Mod. Phys. **66**, Vol 2, p.261 (1994)
- 8- V. Ambegaokar., B.I Halperin., J.S Langer. Phys.Rev. B**4**, p. 2612 (1971)
- 9- A.G. Zabrodskii., K.N Zinov'eva., Sov. Phys. JETP **59**, p.425 (1984)
- 10- R Rosenbaum., Phys. Rev. B **44**, p.3599 (1991)
- 11- S. Marnieros These, Orsay 1998
- 12- R.M.Hill, Pilos. Mag.,**24**, p.1307 (1971)
 - M Pollak., J. Non Cristal. Solids,**11**, p.1 (1972)
 - M.Pollak and I .Riess,J. Phys. C, **9**, p.2339 (1976)
 - A.I Larkin., D.E Khmel'nitskii., Sov. Phys. JETP,**56**, p. 647 (1982)
- 13- T.F Rosenbaum., K Andres., G.A Thomas., Solid State Commun. **35**p.663 (1980)
 - T.W Kenny., P.L. Richards, I.S. Park, E.E. Haller, J.W. Beeman, Phys. Rev. B **39**, p.8476 (1989)
 - X.X. Wang, C.J. Martoff, E. Kaczanovicz, Phys.Rev. B **51**, p.5402 (1995)
- 14- F.C. Wellstood, C.Urbina, J. Clarke, Phys. Rev. B**49**, p.5942 (1995)

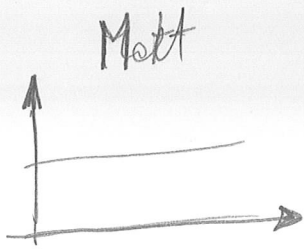
15-G. Bergmann, Wei Wei, Yao Zou R.M. Mueller, Phys. Rev. B **41**, p.7386 (1990)

16- P. Camus Communication privee

17- N. Wang, F.C. Wellstood, B. Sadoulet, E.E. Haller, J. Beeman, Phys. Rev. B **41**, p.3761 (1990)

18-M. Lakner et al, Phys. Rev. B **50**, p.17064, (1994)

19-R.N. Bhatt , P.A. Lee, Phys. Rev. Lett., **48**, p.344, (1982)

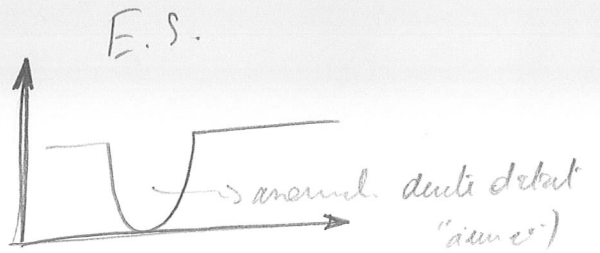


$$\rho = \rho_0 \exp \sqrt{\frac{T_0}{T}}$$

SAUT DE MOTT

$$L(T) = \frac{1}{8} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/4} \quad \left. \vphantom{L(T)} \right\} \begin{array}{l} \downarrow \\ \text{regim} \\ \hookrightarrow \text{loc.} \end{array}$$

$$h_{\text{M}} T_0 = \frac{\beta}{g(\rho)^3} \quad \beta = 20$$



$$\rho = \rho_0 \exp \sqrt{\frac{T_0}{T}}$$

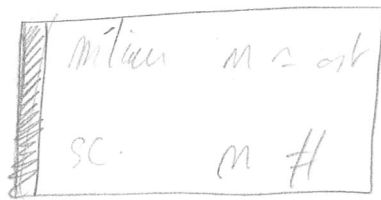
$$L(T) = \frac{1}{4} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/2} \quad \left. \vphantom{L(T)} \right\} \begin{array}{l} \downarrow \\ \text{regim} \\ \hookrightarrow \text{loc.} \end{array}$$

$$h_{\text{BTE}} = \frac{\beta' T^2}{K \xi} \quad \begin{array}{l} \rho' = 2.0 \\ K = 771 \text{ E.S.} \end{array}$$

Metere AGR

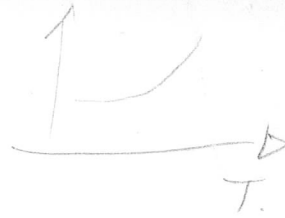
$$\left. \begin{array}{l} g = 8000 \text{ WT}^{-5} \text{ cm}^3 \\ G_c = 1.2 \text{ WT}^{-5} \text{ cm}^3 \end{array} \right\}$$

6. $\frac{m e^2 Z}{m}$ $\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_i} + \frac{1}{Z_c}$



$(\frac{1}{kT})$

$\frac{1}{Z_i} \downarrow$



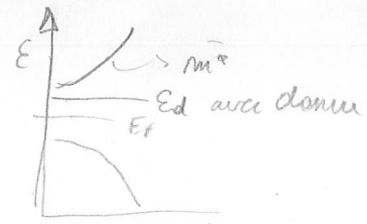
THI: $T=0$ → jet de fermions délocalisés
 → jet localisés

Bord de conductivité $\begin{cases} E_c > E_f \Rightarrow \text{metal} \\ E_c < E_f \Rightarrow \text{isolant} \text{ + inclinaison de bande} \end{cases}$

$\frac{W/B > 1.6}{\Rightarrow E_f < E_c \Rightarrow \text{Transition d'Anderson}}$

SC dopé

$S_i \xrightarrow{IV} p \xrightarrow{VA} \text{donneur} \rightarrow e^- \text{ en top}$

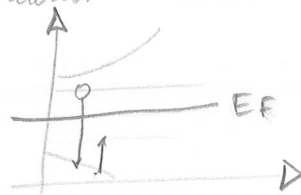


$\begin{cases} \epsilon \sim 11 \\ m \sim 1 \end{cases}$ Etat lié $\sim 1 \text{ eV}$ ($13.6 \text{ eV} = 1 R_H$)
 Rayon de Bohr $\gg a_0$ ($\sim 100 \text{ \AA}$)

$\frac{MI}{B}$ accepteur \Rightarrow trou dans bande de valence

Facteur de compensation $n = \frac{N_s}{N_d}$

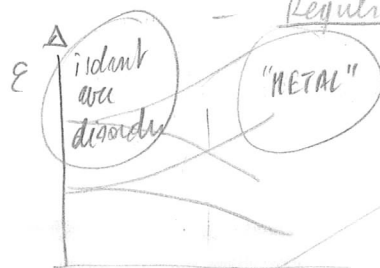
Etat fond. situation Anderson avec potentiel aléatoire



\Rightarrow THI

Concentration critique pour avoir une bande métallique

ou - Fumi
 - Régularité coulombienne



$m_e^{1/3} a_0^k = 0.25$

MAIS répulsion coulombienne

$m_e \left[\frac{1}{d^3} \right]$